

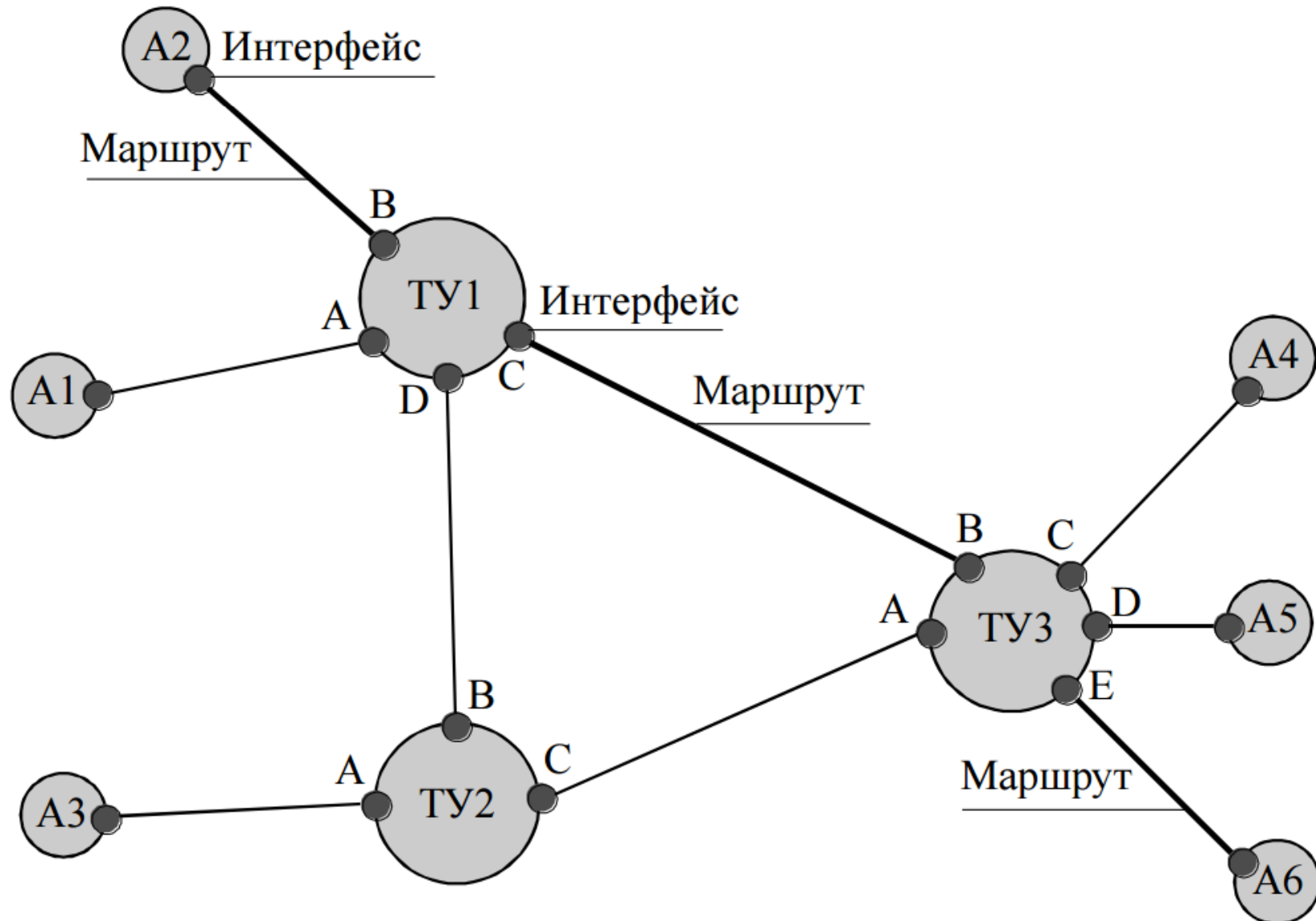
Санкт-Петербургский государственный университет
телекоммуникаций им. проф. М.А. Бонч-Бруевича

ТЕХНИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ СВЯЗИ И АВТОМАТИЗАЦИИ

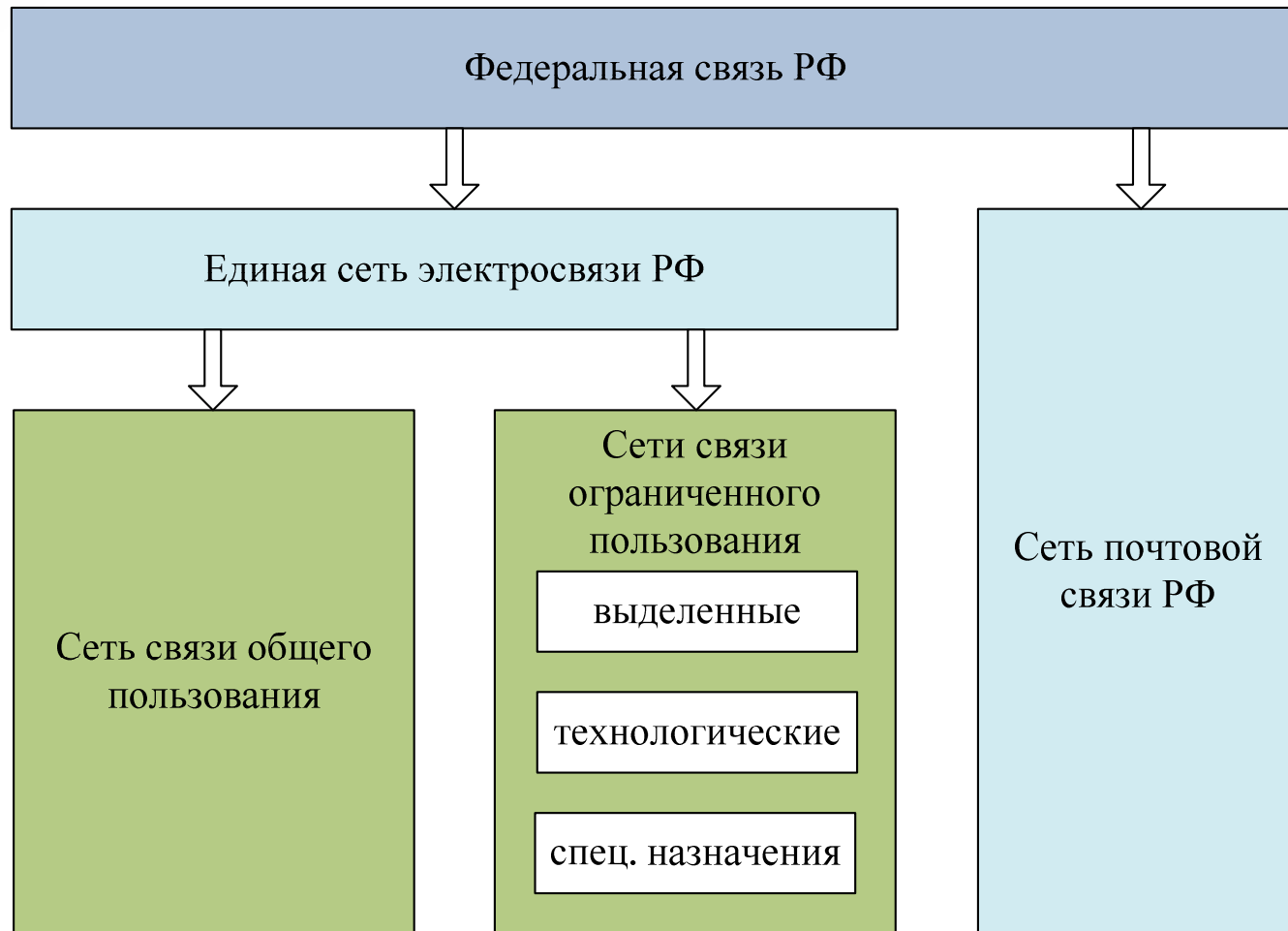
СПб ГУТ)))

- **Информация** - совокупность сведений о каких-либо событиях, явлениях, фактах, предметах и лицах независимо от формы их представления
- **Сообщение** – форма представления информации для передачи ее от источника к получателю
- **Данные** - информация, представленная в виде, пригодном для обработки автоматическими средствами при возможном участии человека
- **Сигнал** – материальный носитель или физический процесс, отображающий сообщение
- **Связь** – обмен информацией с помощью средств, функционирующих в соответствии с согласованными правилами
- **Сеть связи** - технологическая система, включающая в себя средства и линии связи и предназначенная для электросвязи
- **Электросвязь** – передача и прием сообщений с помощью сигналов электросвязи по проводным, оптическим или беспроводным средам распространения
- **Система электросвязи** – комплекс технических средств, обеспечивающих электросвязь определенного типа
- **Средства связи** - технические и программные средства, используемые для формирования, приема, обработки, хранения, передачи, доставки сообщений электросвязи или почтовых отправок, а также иные технические и программные средства, используемые при оказании услуг связи или обеспечении функционирования сетей связи
- **Линии связи** - линии передачи, физические цепи и линейно-кабельные сооружения связи

- **Коммутация** - процесс формирования маршрута следования сообщения.
 - процесс передачи сообщения с входного интерфейса на выходной.
- **Маршрутизация** – процесс выбора оптимального маршрута следования сообщения



- **Единая сеть электросвязи РФ**- это комплекс технологически сопряженных сетей электросвязи различных категорий на территории РФ, составными элементами ЕСО РФ являются сеть связи общего пользования и сети связи ограниченного пользования, куда входят: выделенные сети связи технологические сети связи сети связи специального назначения.
- **Сеть связи общего пользования (ССОП)** - комплекс взаимосвязанных сетей электросвязи, включая сети связи для распространения программ телевидения и радиовещания, предназначенный для предоставления услуг электросвязи всем пользователям на территории РФ.
- **Выделенные сети связи**- это сети, предназначенные для предоставления возмездных услуг электросвязи ограниченному кругу пользователей или групп пользователей
- **Технологические сети связи**- это сети, предназначенные для обеспечения внутрипроизводственной деятельности организаций, управления производственным процессом.
- **Сети связи специального назначения** - это сети, предназначенные для обеспечения нужд государственного управления, обороны, безопасности и охраны правопорядка.



Международные
шлюзовые станции
(класс 1)

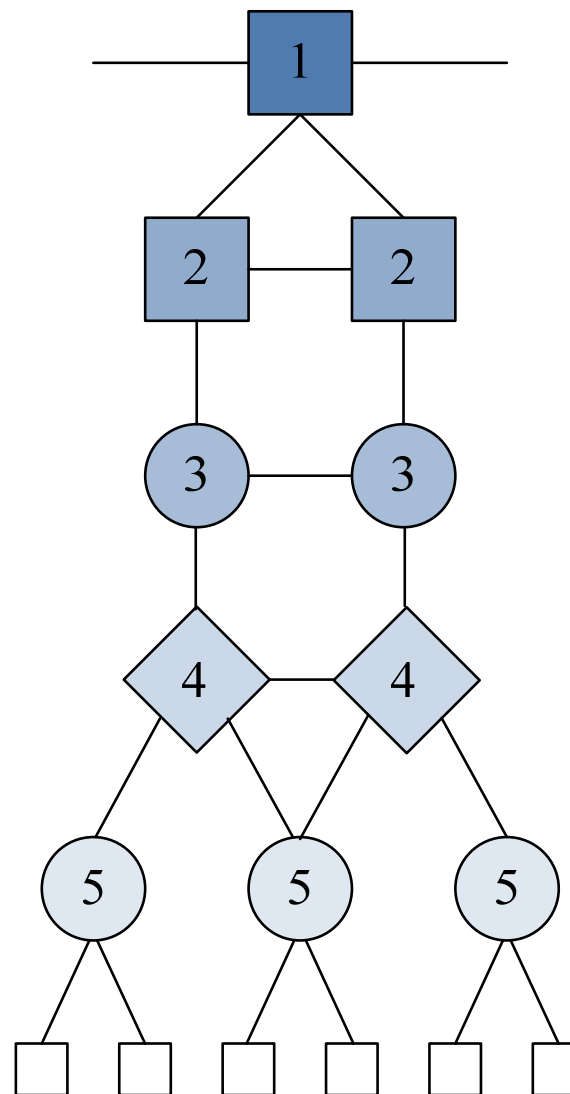
Национальные узловые
станции (класс 2)

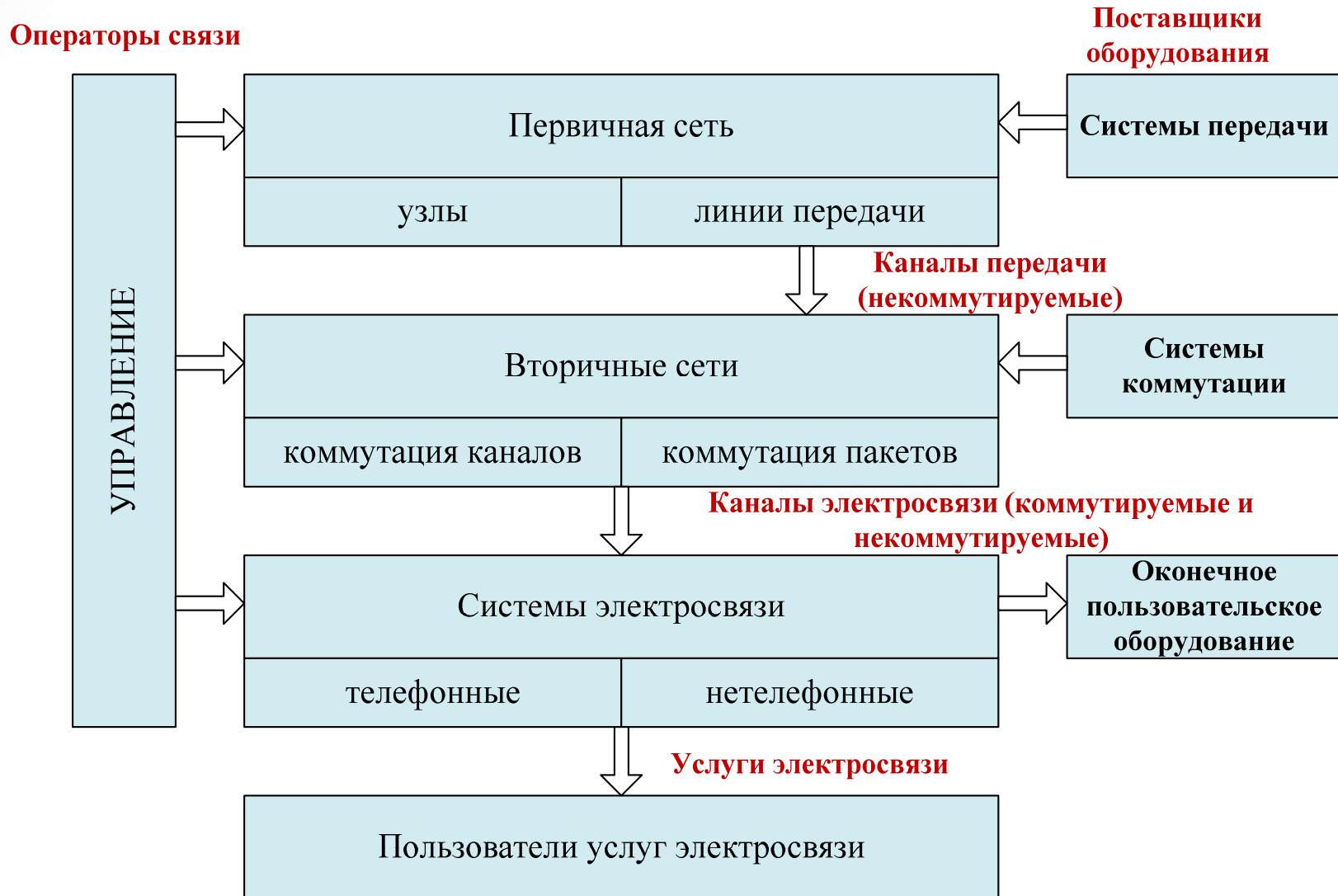
Региональные узловые
станции (класс 3)

Местные узловые
станции (класс 4)

Местные станции
(класс 5)

Абонентские
терминалы

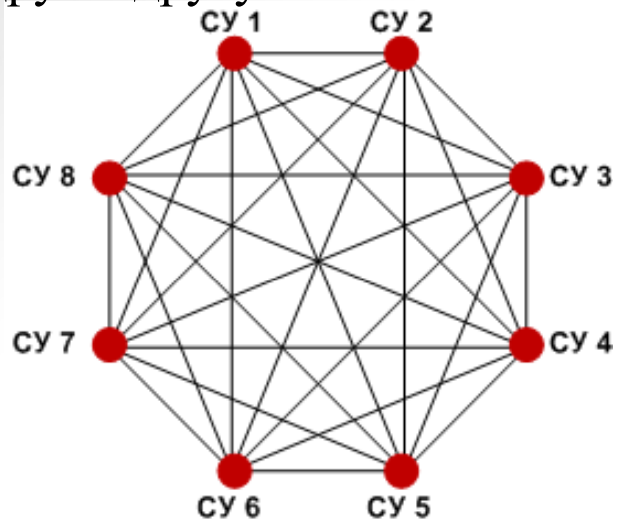




Показатели надежности соединения	Значение показателя для класса сообщений		
	I	II	III
Количество независимых путей между сетевыми узлами	3	2	1
Коэффициент готовности не менее	0,999	0,99	0,9
Среднее время между сбоями, ч, не менее	350	40	5
Среднее время между перерывами ч, не менее (продолжительность перерывов τ)	1200 ($\tau = 30$ с)	350 ($\tau = 10$ мин)	40 ($\tau = 3,5$ ч)
Среднее время восстановления после перерыва мин., не более	10	12	24
Среднее время восстановления после сбоя, мин., не более	36	165	210

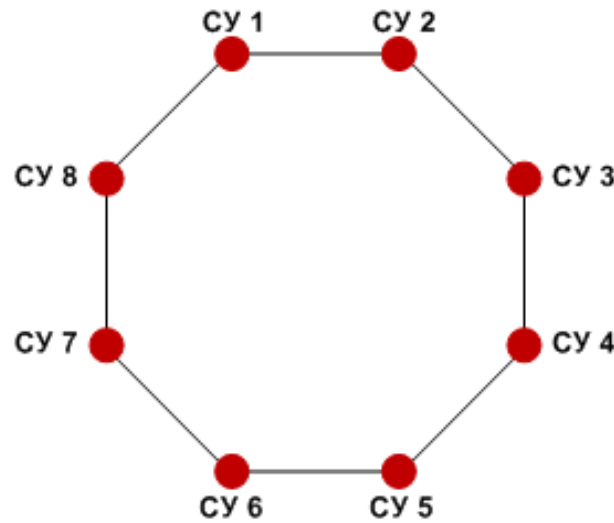


- Топология – графическая форма и физическое расположение узлов сети по отношению друг к другу

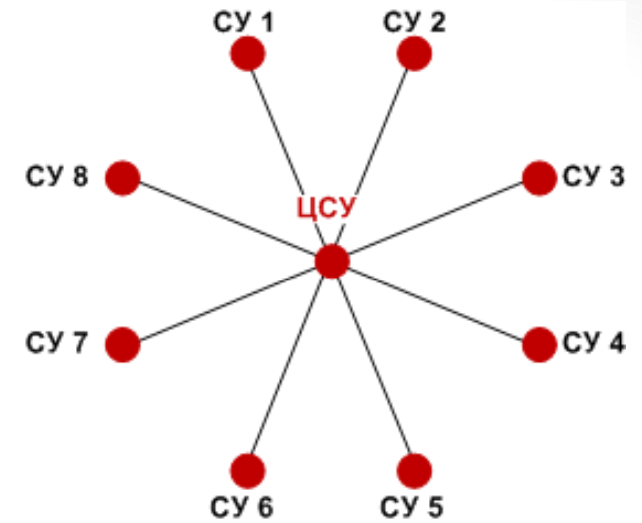


Полносвязная (каждый с каждым)

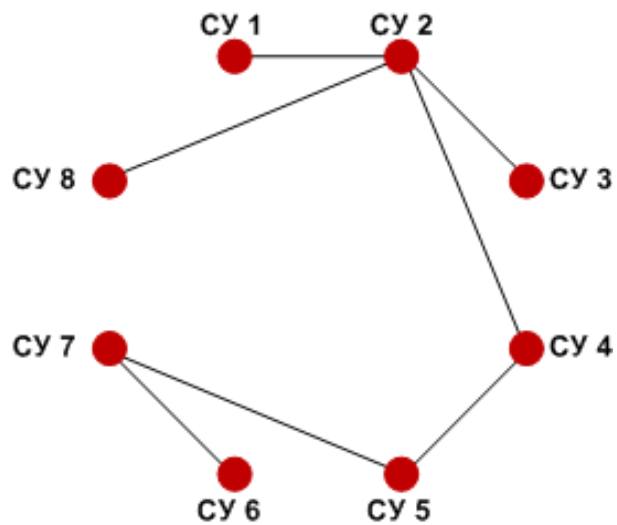
$$N_{\text{линий}} = N_{\text{су}}(N_{\text{су}} - 1) / 2$$



Кольцевая

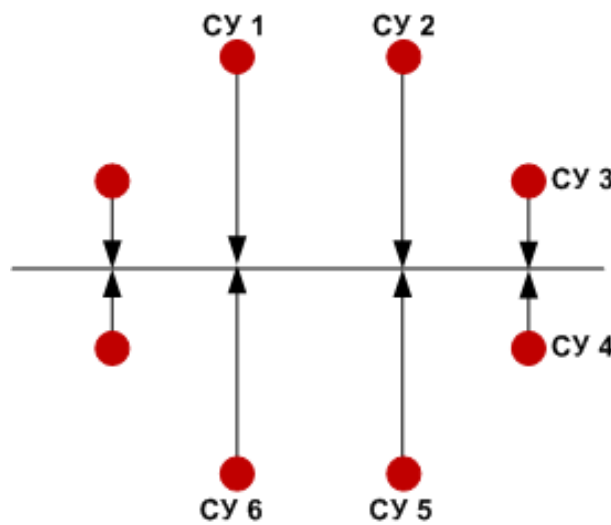


Радиальная (звезда)



Древовидная

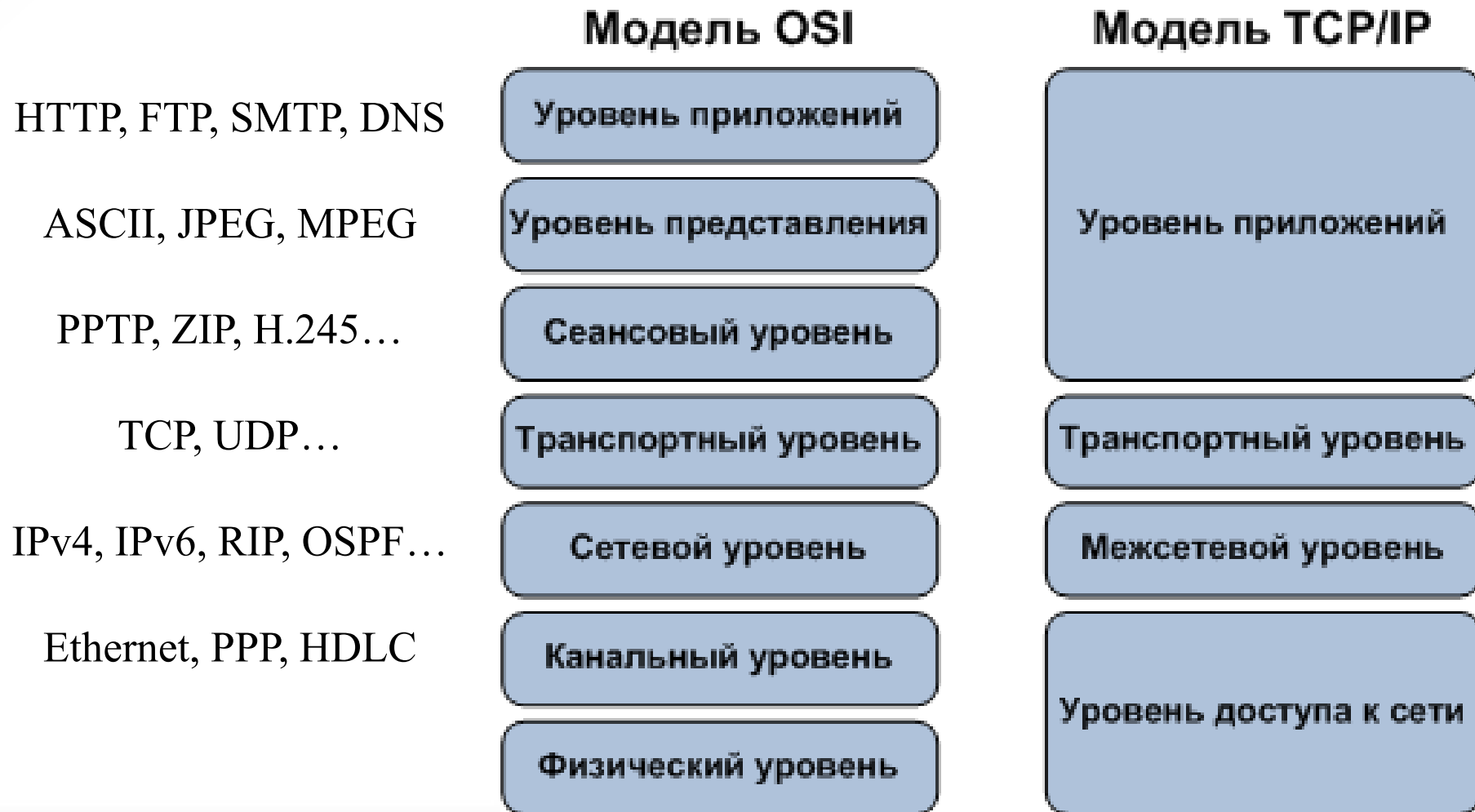
$$N_{\text{линий}} = N_{\text{су}} - 1$$



Шинная

- **Протокол** - совокупность правил, по которым происходит обмен данными между программно-аппаратными средствами, находящимися на одном уровне
- **Стек протоколов** – набор протоколов, задаваемый определенным стандартом

Взаимодействие между соседними уровнями определяется стандартными интерфейсами





$$s(t) = K_u [a(t), s_{ku}]$$

$$r(t) = K_k [s(t), s_{kk}] = K_k [K_u [a(t), s_{ku}], s_{kk}]$$

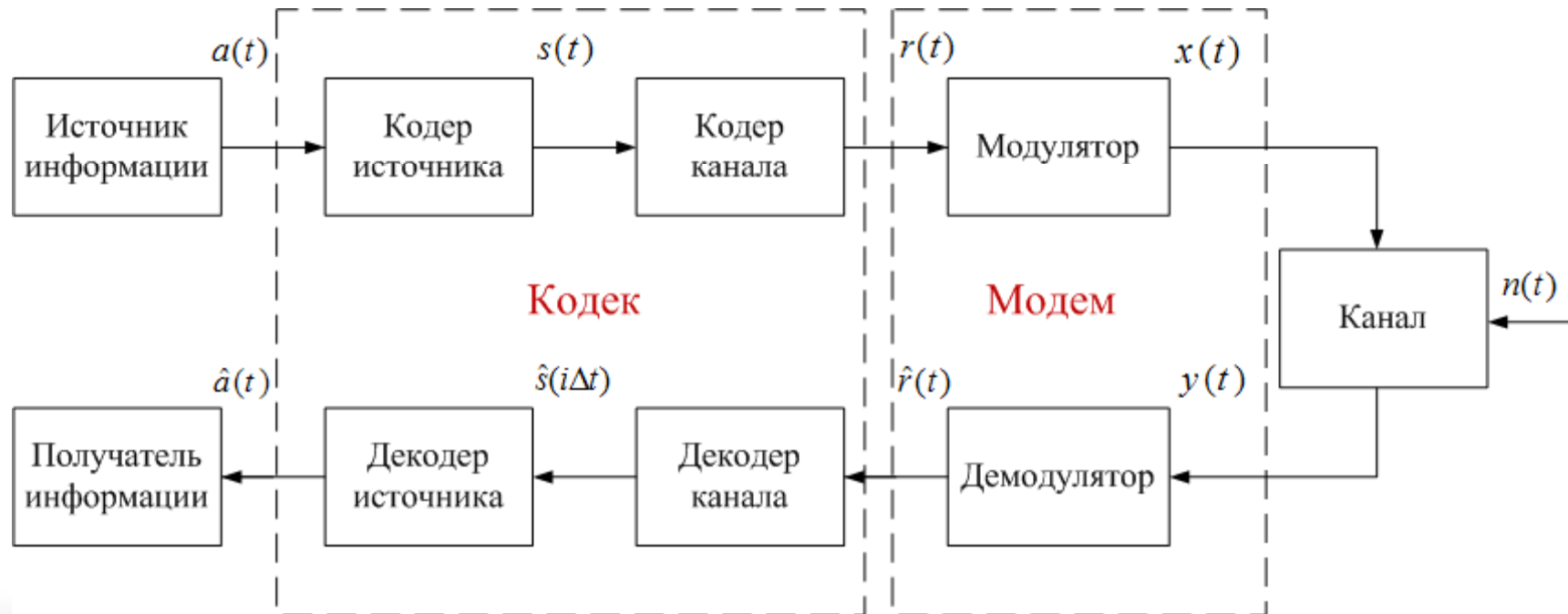
$$x(t) = M[r(t)] = M\{K_k [K_u [a(t), s_{ku}], s_{kk}]\}$$

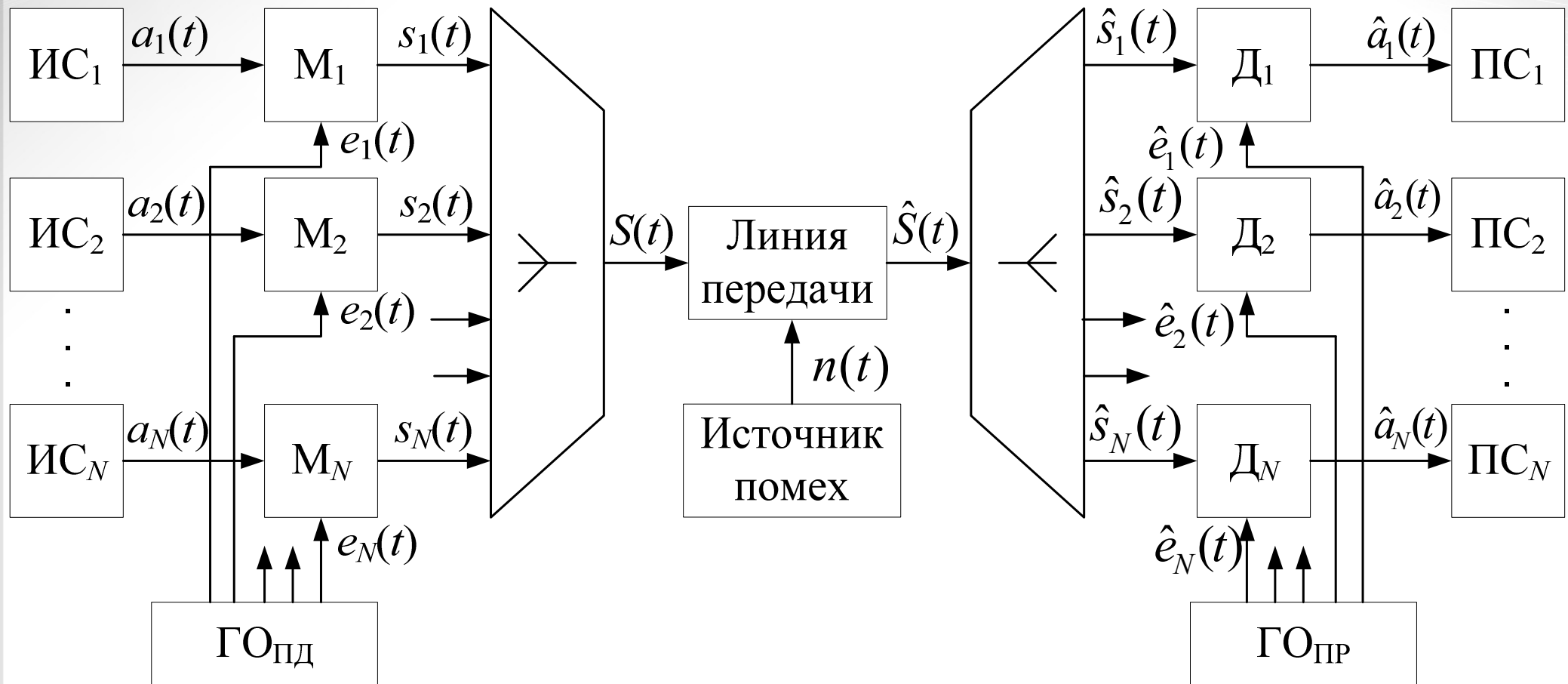
$$y(t) = L\{r(t), n(t)\} = L\{M\{K_k [K_u [a(t), s_{ku}], s_{kk}]\}, n(t)\}$$

$$\hat{r}(t) = M^{-1}[y(t)] = M^{-1}[L\{M\{K_k [K_u [a(t), s_{ku}], s_{kk}]\}, n(t)\}]$$

$$\hat{s}(t) = D_k [\hat{r}(t)] = D_k [M^{-1}[L\{M\{K_k [K_u [a(t), s_{ku}], s_{kk}]\}, n(t)\}]]$$

$$\hat{a}(t) = D_u [\hat{s}(t)] = D_u [D_k [\hat{r}(t)]] = D_u [D_k [M^{-1}[L\{M\{K_k [K_u [a(t), s_{ku}], s_{kk}]\}, n(t)\}]]]$$





ИС- источник сигнала

М- модулятор

Д- демодулятор

ПС- приемник сигнала

ГО_{пд}, ГО_{пр}- генераторное оборудование передачи / приема

$$s_n(t) = M_n[a_n(t)]$$

линейное преобразование : $M_n \left[\sum_{n=1}^N \beta_n a_n(t) \right] = \sum_{n=1}^N \beta_n M_n \{a_n(t)\}$

$$S(t) = U[s_n(t)] = U[M_n[a_n(t)]] = \sum_{n=1}^N s_n(t) = \sum_{n=1}^N M_n[a_n(t)]$$

$$\hat{S}(t) = L[S(t), \xi(t)]$$

$$\hat{s}_n(t) = U^{-1}[\hat{S}(t)]$$

$$\hat{a}_n(t) = M_n^{-1}[\hat{s}_n(t)] = \left\{ M_n^{-1} \left[U^{-1} \left[L \left[U \left[M_n \left[a_n(t) \right] \right] \right] \right] \right] \right\}$$

Условная энтропия учитывает корреляционные связи:

$$H(A'|A) = -\sum_{m=1}^M p(a_m) \sum_{j=1}^M p(a'_j | a_m) \log_2(p(a'_j | a_m))$$

Коэффициент избыточности: $r = (H_{\max} - H_{\text{реал}}) H_{\max}^{-1} = 1 - H_{\text{реал}} [\log_2(M)]^{-1}$

Производительность источника: $H' = H / t, (\text{бит} / \text{с})$

Скорость передачи информации: $R = WH / t, (\text{бит} / \text{с})$

W – скорость передачи электрических кодовых сигналов

Пропускная способность канала $C = \max(WH) = W \cdot \max H = W \log_2(M)$

$]A = \{a_m\}$ – алфавит, где $m = 1 \dots M \Rightarrow N = M^n$ – общее количество сообщений из n символов

Недостатки:

- Степенная зависимость;
- $] M=1 \Rightarrow$ информация равна нулю (сообщение есть, но его характер известен);
- Не выполняется условие аддитивности (сложения информации) от разных источников:

$$N \neq \sum_{k=1}^K N_k \quad \text{НО} \quad N = \prod_{k=1}^K N_k$$

Логарифмическая мера количества информации Хартли: $I = \log_2 N = n \log_2 M$

Недостаток: не отражает случайного характера формирования сообщений

Логарифмическая мера количества информации Шеннона:

$$] p(a_m) = p = M^{-1} \Rightarrow M = p^{-1} \Rightarrow I = \log_2 M^n = -n \cdot \log_2 p$$

$a_m \in A$

Среднее количество на один символ источника сообщений (энтропия):

$$H(A) = -\sum_{m=1}^M p(a_m) \log_2(p(a_m))$$

$$] p(a_m) = p = M^{-1}, \forall a_m \in A \Rightarrow H_{\max} = -Mp \log_2(p) = -MM^{-1} \log_2(M^{-1}) = \log_2(M)$$

$$S = \{x, P\} \quad P \Rightarrow x \in S$$

Гармонические сигналы

$$S_2 = \left\{ x, x(t) = e^{\alpha + j(2\pi ft + \theta)}, -\infty < t < \infty, \alpha, f, \theta \in \mathfrak{R} \right\}$$

Периодические сигналы

$$S_p = \left\{ x, x(t + T) = x(t), -\infty < t < \infty \right\}$$

Ограниченные сигналы

$$S_M(K) = \left\{ x, |x(t)| \leq K, -\infty < t < \infty \right\} \quad x \in S_M(K_1) \Rightarrow x \in S_M(K_2), \text{ если } K_2 \geq K_1$$

Сигналы с ограниченной энергией

$$S_E(U) = \left\{ x, \int_{-\infty}^{\infty} x^2(t) dt \leq K, -\infty < t < \infty \right\}$$

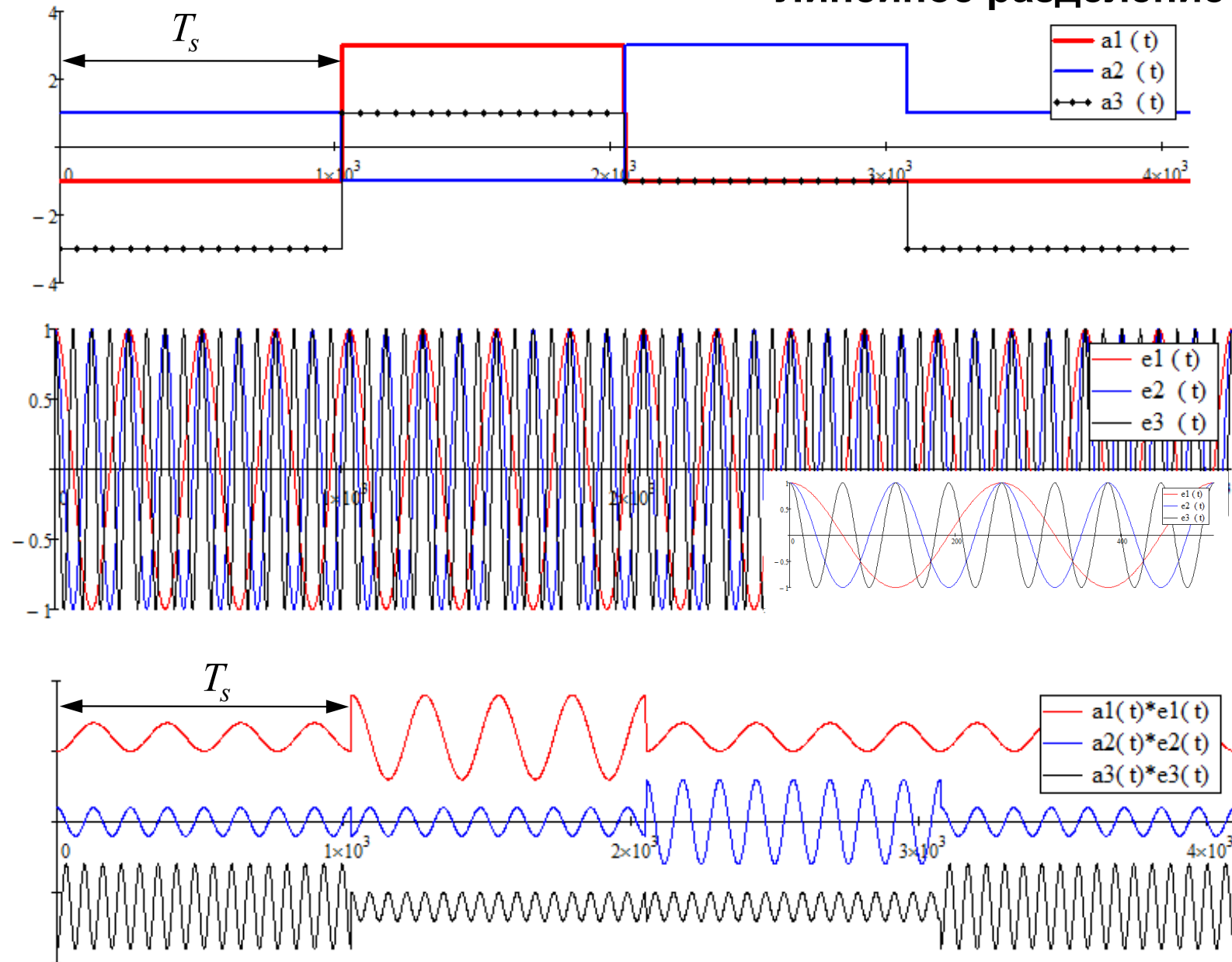
Сигналы с ограниченной длительностью

$$S_D(T) = \left\{ x, x(t) = 0, \forall |t| > T \right\} \quad x \in S_D(T_1) \Rightarrow x \in S_D(T_2), \text{ если } T_2 \geq T_1$$

Сигналы с ограниченной полосой

$$S_B(W) = \left\{ x, X(f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) e^{-j2\pi ft} dt = 0, \forall |f| > K \right\}$$

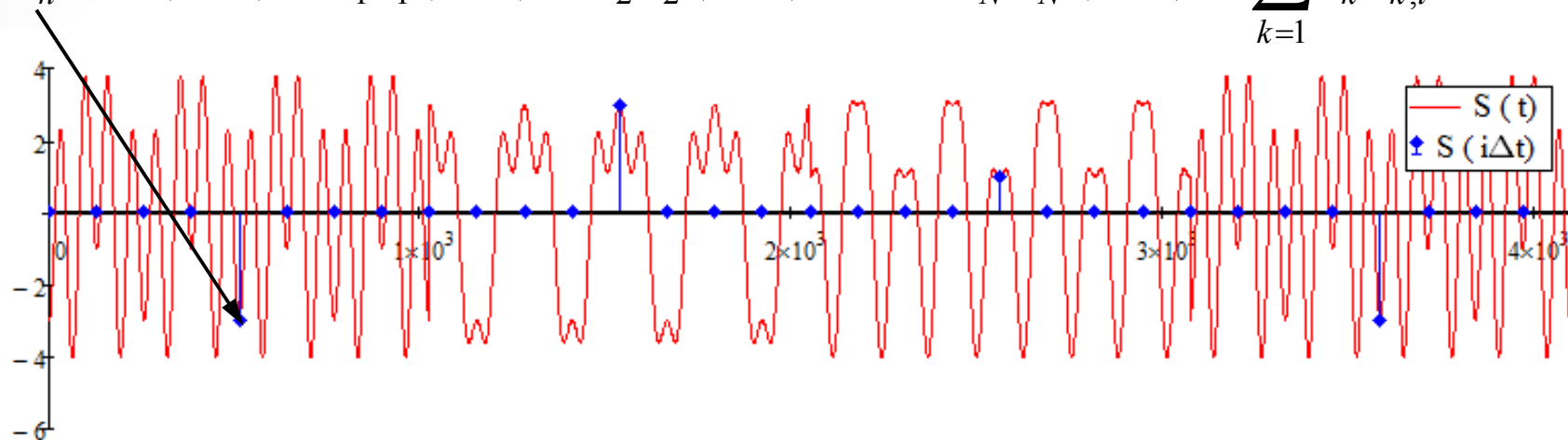
Линейное разделение сигналов



Линейное разделение сигналов

Рассмотрим значение группового сигнала в отсчётный момент времени $i\Delta t$ на интервале времени $0 \dots T_s$:

$$S_n = S(n\Delta t) = e_1 a_1(n\Delta t) + e_2 a_2(n\Delta t) + \dots + e_N a_N(n\Delta t) = \sum_{k=1}^N e_k a_{k,i}$$

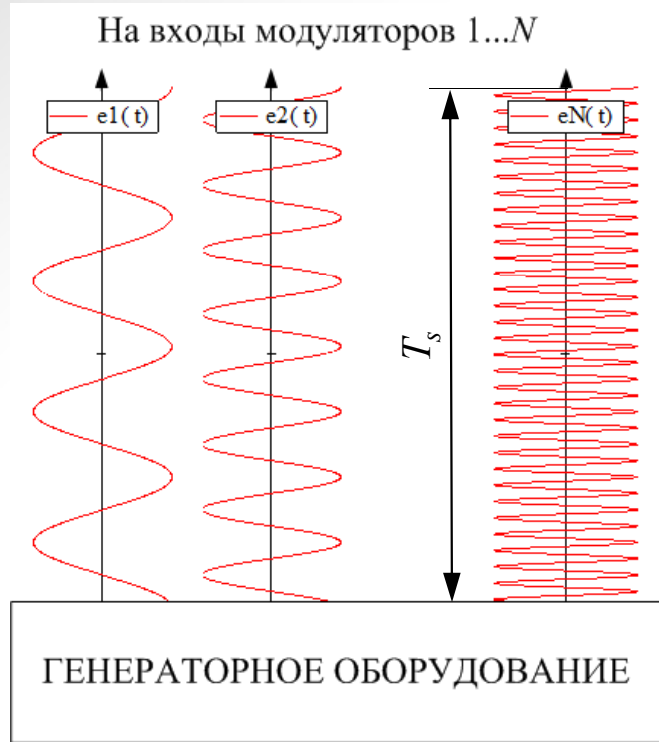


Линейное уравнение с N неизвестными имеет бесконечное множество решений. Отсюда следует, что для нахождения решения $a_1 \dots a_N$ следует составить систему из N линейных уравнений:

$$\begin{cases} S_1 = e_{1,1}a_1 + e_{1,2}a_2 + \dots e_{N,1}a_N \\ S_2 = e_{1,2}a_1 + e_{2,2}a_2 + \dots e_{N,2}a_N \\ \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\ S_N = e_{1,N}a_1 + e_{2,N}a_2 + \dots e_{N,N}a_N \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \\ \vdots \\ S_N \end{pmatrix} = a_1 \begin{pmatrix} e_{1,1} \\ e_{1,2} \\ \vdots \\ e_{1,N} \end{pmatrix} + \dots + a_N \begin{pmatrix} e_{N,1} \\ e_{N,2} \\ \vdots \\ e_{N,N} \end{pmatrix} = \sum_{k=1}^N a_k \mathbf{e}_k$$

Линейное разделение сигналов

(здесь для сигналов $a_1(t) \dots a_N(t)$ на интервале времени $0 \dots T_s : a_1(t) = a_1 \dots a_N(t) = a_N$)



в данном случае векторы $e_1 \dots e_N$ представляют собой последовательность дискретных отсчётов детерминированных сигналов-переносчиков $e_1(t) \dots e_N(t)$, формируемых генераторным оборудованием передающей стороны аппаратуры многоканальной связи на интервале детектирования $(k-1)T_s \dots kT_s$.

Решение может быть найдено методом Крамера:

$$a_1 = \frac{\Delta_1}{\Delta} \quad a_2 = \frac{\Delta_2}{\Delta} \quad \dots \quad a_N = \frac{\Delta_N}{\Delta}$$

$$\det \mathbf{E} = \Delta = \begin{vmatrix} e_{1,1} & \dots & e_{N,1} \\ e_{1,2} & \dots & e_{N,2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{1,N} & \dots & e_{N,N} \end{vmatrix} \quad \Delta_1 = \begin{vmatrix} S_1 & \dots & e_{N,1} \\ S_2 & \dots & e_{N,2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ S_N & \dots & e_{N,N} \end{vmatrix} \quad \dots \quad \Delta_N = \begin{vmatrix} e_{1,1} & \dots & S_1 \\ e_{1,2} & \dots & S_2 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{1,N} & \dots & S_N \end{vmatrix}$$

Важно! 1. Определитель матрицы отсчетов сигналов-переносчиков $\Delta \neq 0$.

2. Обычно e строка, столбец, здесь e № сигнала, № отсчёта времени или e_i^k

Сигналы. Условие линейного разделения

Из неравенства определителя матрицы \mathbf{E} нулю следует, что сигналы переносчики линейно независимы (ЛН).

Проверка сигналов на линейную независимость возможна через нахождение определителя матрицы Грама (грамиана)

$$\Gamma = \begin{vmatrix} \gamma_{1,1} & \gamma_{1,2} & \cdots & \gamma_{1,N} \\ \gamma_{2,1} & \gamma_{2,2} & \cdots & \gamma_{2,N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{N,1} & \gamma_{N,2} & \cdots & \gamma_{N,N} \end{vmatrix}$$

$\Gamma > 0 \Rightarrow \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_N$ линейно независимы

$\Gamma = 0 \Rightarrow \mathbf{e}_1, \mathbf{e}_2, \dots, \mathbf{e}_N$ линейно зависимы

$$\gamma_{ij} = \mathbf{e}_i^T \mathbf{e}_j = \|\mathbf{e}_i\| \cdot \|\mathbf{e}_j\| \cdot \cos \varphi_{ij} = \sum_{n=1}^N e_{in} e_{jn}$$

$$\|\mathbf{e}_i\| = \sqrt{\sum_{n=1}^N e_{i,n}^2} = \sqrt{E_i} \quad \text{— квадратный корень энергии сигнала } \mathbf{e}_i(k\Delta t) \text{ (норма сигнала)}$$

φ_{ij} — угол между векторами (сигналами) $\mathbf{e}_i, \mathbf{e}_j$

Отсюда $\gamma_{ij} = E_{ij}$ — взаимная энергия сигналов $\mathbf{e}_i(k\Delta t), \mathbf{e}_j(k\Delta t)$

Векторы в евклидовом пространстве являются ортогональными, если их скалярное произведение равно нулю $E_{xy} = \mathbf{x}^T \cdot \mathbf{y} = 0$

Пусть L - N -мерное пространство, натянутое на базис $\{\mathbf{e}_n\}$, $n=0 \dots N-1$, состоящее из векторов вида: $\mathbf{x} = \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n \mathbf{e}_n$,

а $\{\mathbf{b}_k\}$ - векторы, ортогональные к $\{\mathbf{e}_n\}$ и нормированные так, что: $\mathbf{e}_n^T \mathbf{b}_k = \delta_{nk}$

Тогда $\mathbf{x}^T \mathbf{b}_k = \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n (\mathbf{e}_n^T \mathbf{b}_k) = \sum_{n=0}^{N-1} \alpha_n \delta_{nk} = \alpha_k$

Если базис содержит векторы нормированные попарно ортогональные векторы.

$$\vec{\Phi}_n^T \vec{\Phi}_k = \delta_{nk}$$

Базис, является ортонормальным

$$\vec{x} = \sum_{n=0}^{N-1} \vec{x}^T \vec{\Phi}_n \vec{\Phi}_n$$

Норма вектора по ортонормальному базису: $\|\vec{x}\| = \vec{x}^T \vec{x} = \sum_{n=0}^{N-1} |\alpha_n|^2$

Скалярное произведение $\dot{\vec{x}}^T \dot{\vec{y}} = \sum_{n=0}^{N-1} \dot{\alpha}_n \vec{\Phi}_n^T \sum_{n=0}^{N-1} \dot{\beta}_n \vec{\Phi}_n = \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{N-1} \dot{\alpha}_n \dot{\beta}_k^* \vec{\Phi}_n^T \vec{\Phi}_k = \sum_{n=0}^{N-1} \dot{\alpha}_n \dot{\beta}_k^*$

Сигналы. Формирование групповых сигналов

$$\mathbf{S} = \sum_{n=1}^N a_n \mathbf{e}_n = \sum_{n=1}^N \mathbf{s}_n = \begin{pmatrix} e_{1,1} & \dots & e_{N,1} \\ e_{1,2} & \dots & e_{N,2} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ e_{1,N} & \dots & e_{N,N} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_N \end{pmatrix} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{a} \quad - \text{ групповой сигнал}$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{E}^{-1} \cdot \mathbf{S} = \mathbf{E}^{-1} \cdot \mathbf{E} \cdot \mathbf{a}$$

Нахождение вектора первичных сигналов для ЛН

переносчиков сопряжено с большим количеством вычислений, связанных с вычислением обратной матрицы \mathbf{E}^{-1} . Поскольку $\mathbf{E}^{-1} \neq \mathbf{E}$, то сигналы, формируемые генераторным оборудованием (ГО) приемной стороны, будут другими. Т.о. для ЛН переносчиков требуется два типа ГО: ГО_{пд} и ГО_{пр}. Данная проблема может быть решена за счет использования ортогонального базиса:

$$\gamma_{ij} = \mathbf{e}_i^T \cdot \mathbf{e}_j = \begin{cases} 1, & \forall i = j \\ 0, & \forall i \neq j \end{cases} \Rightarrow \mathbf{E}^{-1} \mathbf{E} = \mathbf{E}^T \mathbf{E} = \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} & \dots & \gamma_{1N} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} & \dots & \gamma_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \gamma_{N1} & \gamma_{N2} & \dots & \gamma_{NN} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix} = \mathbf{I}$$

$$\mathbf{e}_2^T \cdot \mathbf{S} = a_1 \mathbf{e}_2^T \cdot \mathbf{e}_1 + a_2 \mathbf{e}_2^T \cdot \mathbf{e}_2 + \dots + a_N \mathbf{e}_2^T \cdot \mathbf{e}_N = a_2$$

Разделение линейно-независимых сигналов.

В случае, когда сигналы-переносчики обладают только свойством ЛН, но не ортогональности, нахождение базиса $\mathbf{b}_1 \dots \mathbf{b}_N$ взаимного базису $\mathbf{e}_1 \dots \mathbf{e}_N$ позволяет использовать ГО одного типа на передающей и приёмной сторонах.

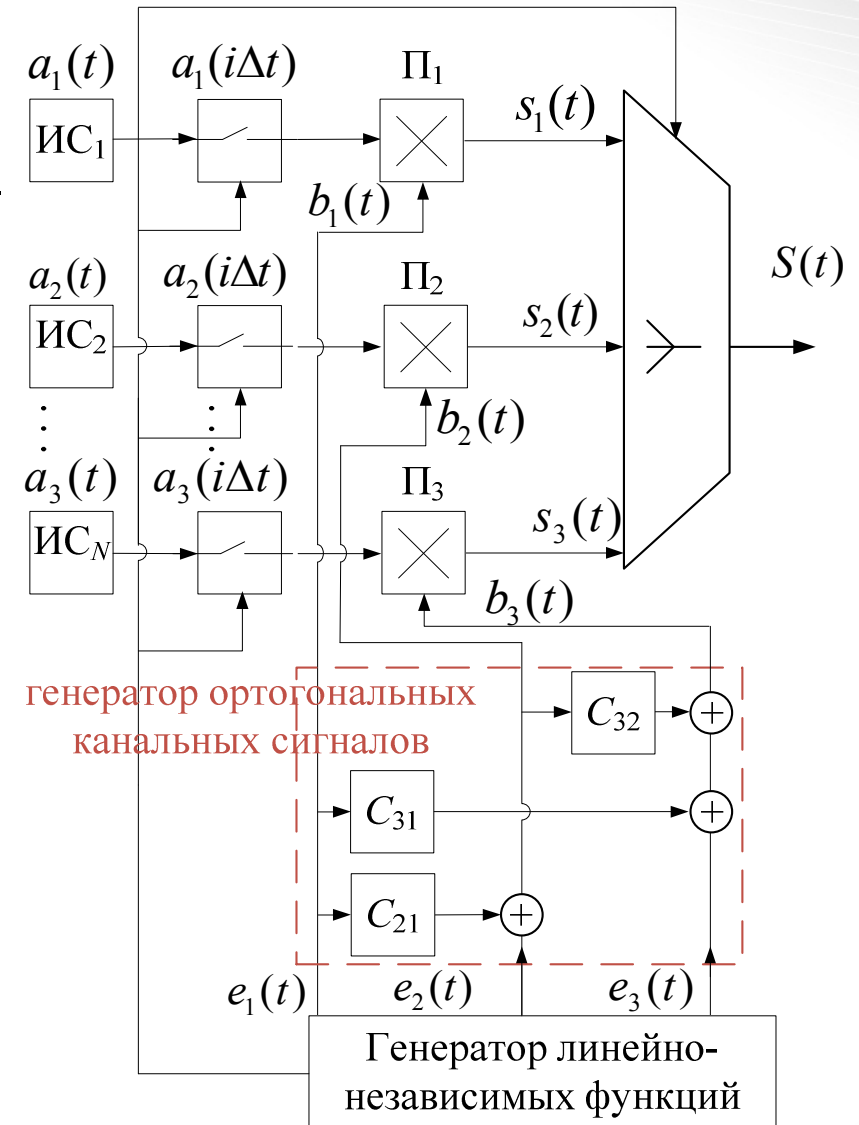
$$\mathbf{b}_1 = c_{1,1}\mathbf{e}_1 + c_{2,1}\mathbf{e}_2 + \dots + c_{N,1}\mathbf{e}_N$$

$$\mathbf{b}_2 = c_{1,2}\mathbf{e}_1 + c_{2,2}\mathbf{e}_2 + \dots + c_{N,2}\mathbf{e}_N$$

⋮

$$\mathbf{b}_N = c_{1,N}\mathbf{e}_1 + c_{2,N}\mathbf{e}_2 + \dots + c_{N,N}\mathbf{e}_N$$

$$\mathbf{b}_i^T \cdot \mathbf{e}_j = \begin{cases} 1, & \forall i = j \\ 0, & \forall i \neq j \end{cases} \quad i, j = 1 \dots N$$



$$\mathbf{e}_1 = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix} \quad \mathbf{e}_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} \quad \mathbf{b}_1 = c_{11}\mathbf{e}_1 + c_{12}\mathbf{e}_2$$

$$\mathbf{b}_2 = c_{21}\mathbf{e}_1 + c_{22}\mathbf{e}_2$$

$$\Rightarrow \mathbf{b}_1^T \mathbf{e}_1 = 1 \quad \mathbf{b}_1^T \mathbf{e}_2 = 0 \quad \mathbf{b}_2^T \mathbf{e}_1 = 0 \quad \mathbf{b}_2^T \mathbf{e}_2 = 1$$

$$\begin{cases} \mathbf{b}_1^T \mathbf{e}_1 = c_{11}\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + c_{12}\mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_1 = c_{11}5 + c_{12}6 = 1 \\ \mathbf{b}_1^T \mathbf{e}_2 = c_{11}\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 + c_{12}\mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 = c_{11}6 + c_{12}8 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \mathbf{b}_2^T \mathbf{e}_1 = c_{21}\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_1 + c_{22}\mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_1 = c_{21}5 + c_{22}6 = 0 \\ \mathbf{b}_2^T \mathbf{e}_2 = c_{21}\mathbf{e}_1^T \mathbf{e}_2 + c_{22}\mathbf{e}_2^T \mathbf{e}_2 = c_{21}6 + c_{22}8 = 1 \end{cases}$$

$$c_{11} = -0.125 \quad c_{12} = 0.271$$

$$c_{21} = -1.5 \quad c_{22} = 1.25$$

Разделение сигналов с конечной энергией.

Энергия сигналов определяет производительность систем связи по обнаружению сигналов. Конечную энергию имеют финитные сигналы и сигналы, затухающие по своим значениям в пределах конечной длительности:

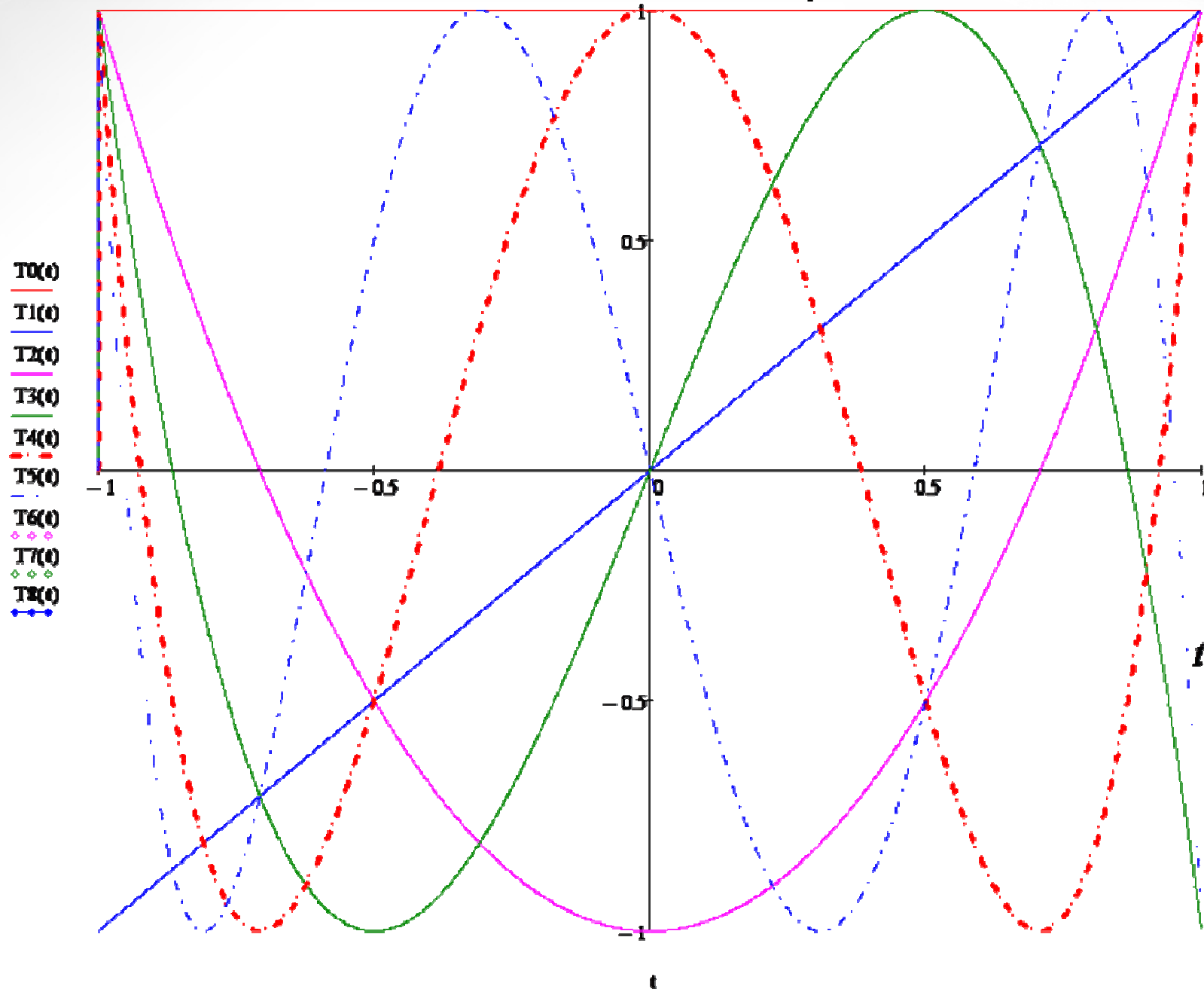
$$E_n = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} e_n^2(t) dt = \int_{-\infty}^{\infty} e_n^2(t) dt < \infty, \quad n = 1 \dots N$$

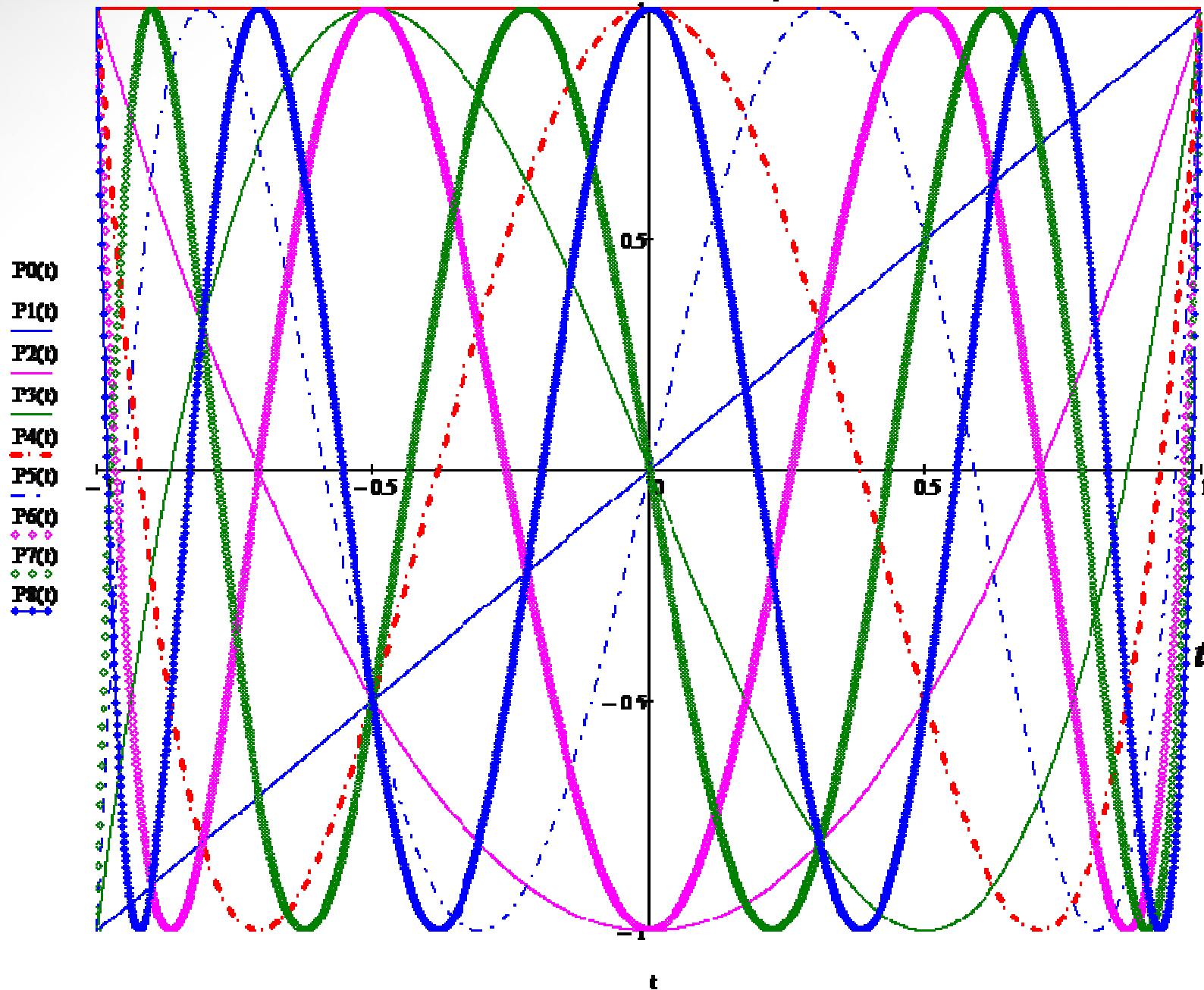
Реальные сигналы имеют конечную энергию.

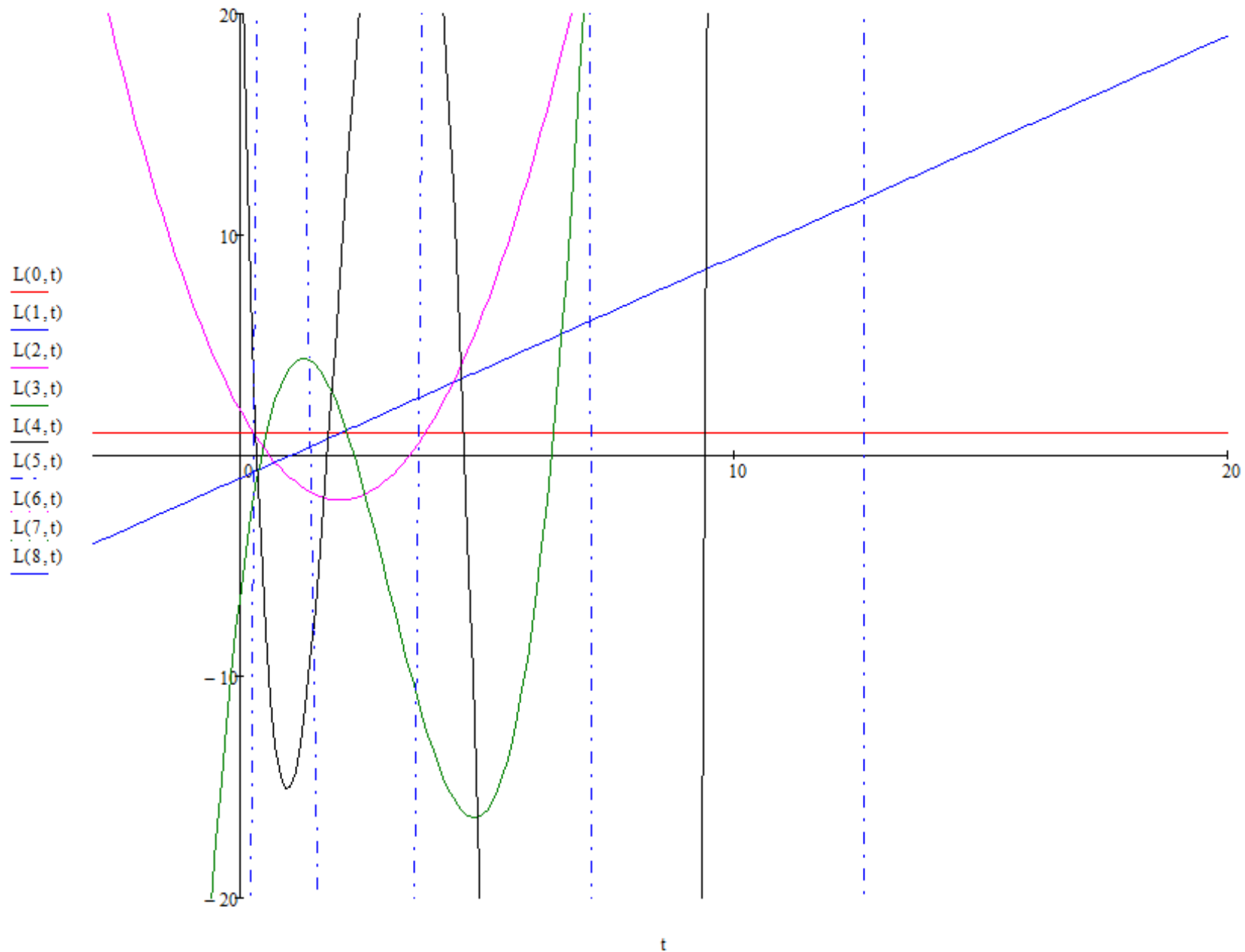
При этом $\bar{P}_n = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} \int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} e_n^2(t) dt \rightarrow 0, \quad n = 1 \dots N$

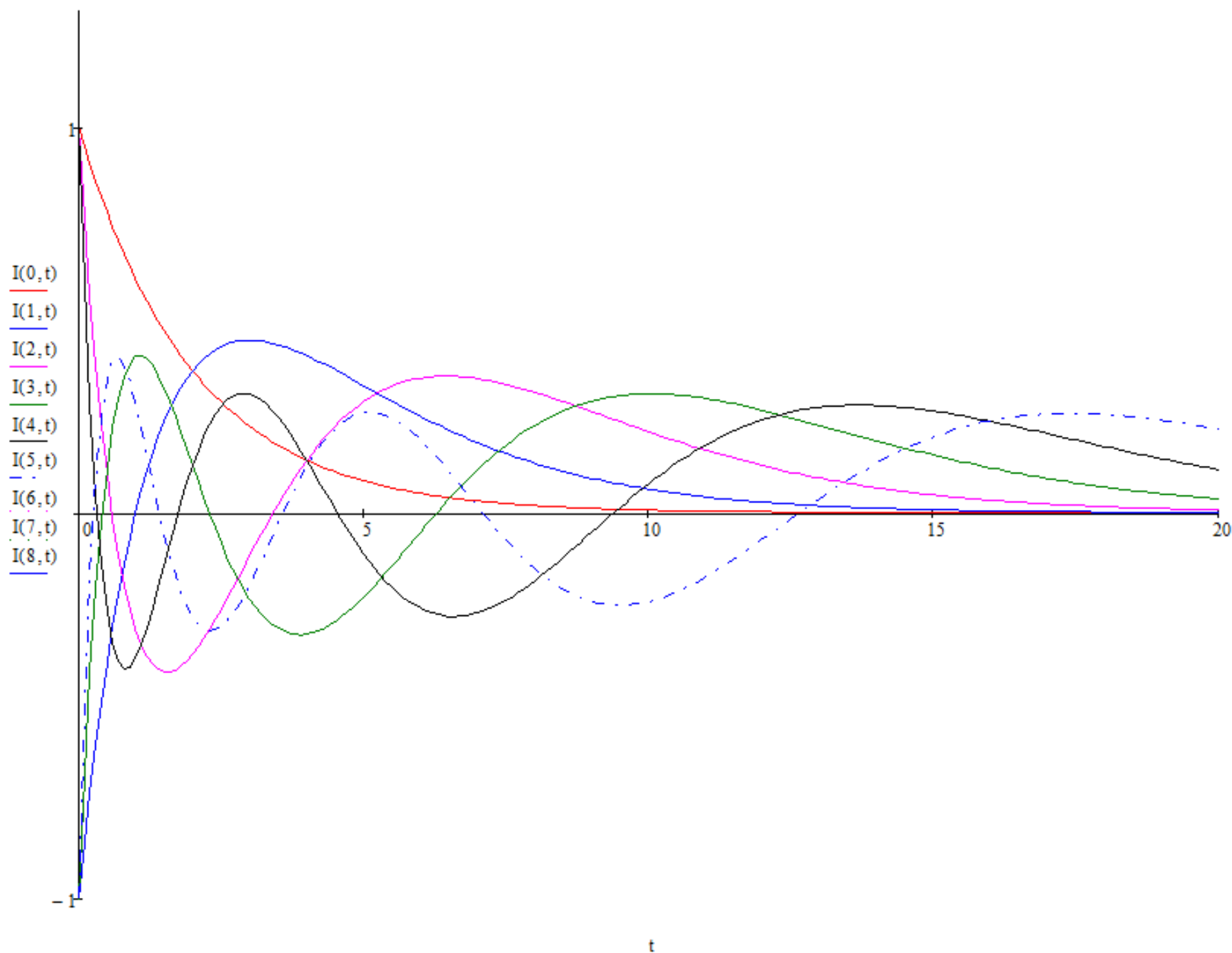
$$\int_{-\Delta t/2}^{\Delta t/2} e_i(t) e_j(t) dt = \begin{cases} 1, & \forall i = j \\ 0, & \forall i \neq j \end{cases} \quad i, j = 1 \dots N \quad \text{ортонормированные сигналы}$$

$$a_n = \int_{i\Delta t}^{(i+1)\Delta t} S(t) e_n(t) dt = \int_{i\Delta t}^{(i+1)\Delta t} \sum_{k=1}^N a_k e_k(t) e_n(t) dt, \quad n = 1 \dots N$$









Разделение сигналов с конечной мощностью.

Периодические и случайные сигналы обладают бесконечной энергией и определяются через мощность

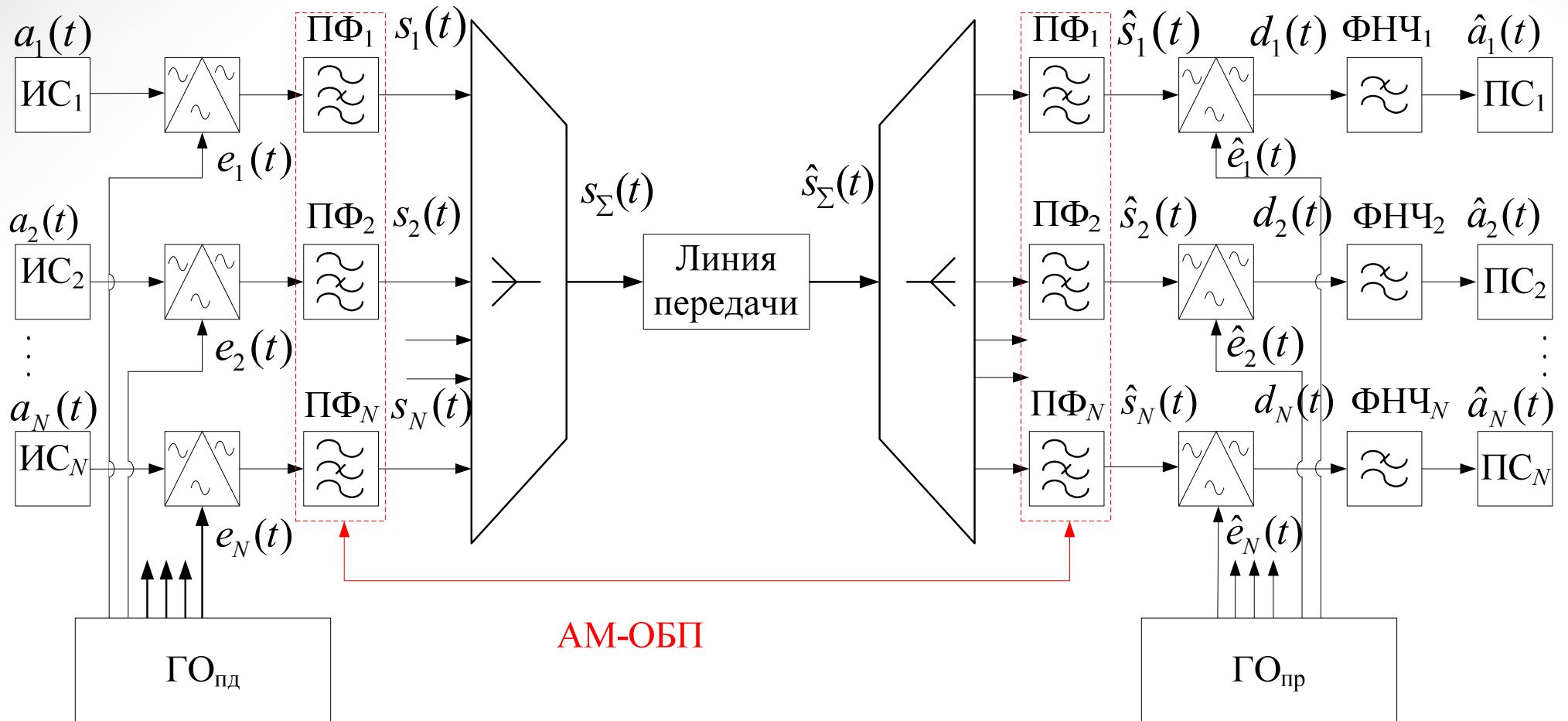
$$\bar{P}_n = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \frac{1}{\Delta t} E_n = c \Rightarrow E_n = c \cdot \Delta t$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} g(t, \tau) e_i(\tau) e_j(\tau) d\tau = \begin{cases} const, \forall i = j \\ 0, \forall i \neq j \end{cases} \quad i, j = 1..N$$

$$g(\tau) = 2G_0 \Delta f \frac{\sin(\Delta \omega \tau)}{\Delta \omega \tau} \quad g(\tau) \Leftrightarrow G(\omega) = \begin{cases} G_0, 0 \leq |\omega| \leq \Delta \omega \\ 0, |\omega| > \Delta \omega \end{cases}$$

$$S(t) = \sum_{n=1}^N a_n(t) e_n(t) = \begin{pmatrix} a_1(t) & \dots & a_N(t) \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} e_1(t) \\ \vdots \\ e_N(t) \end{pmatrix} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{e}$$

$$a_n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t - \tau) S(\tau) e_n(\tau) d\tau$$



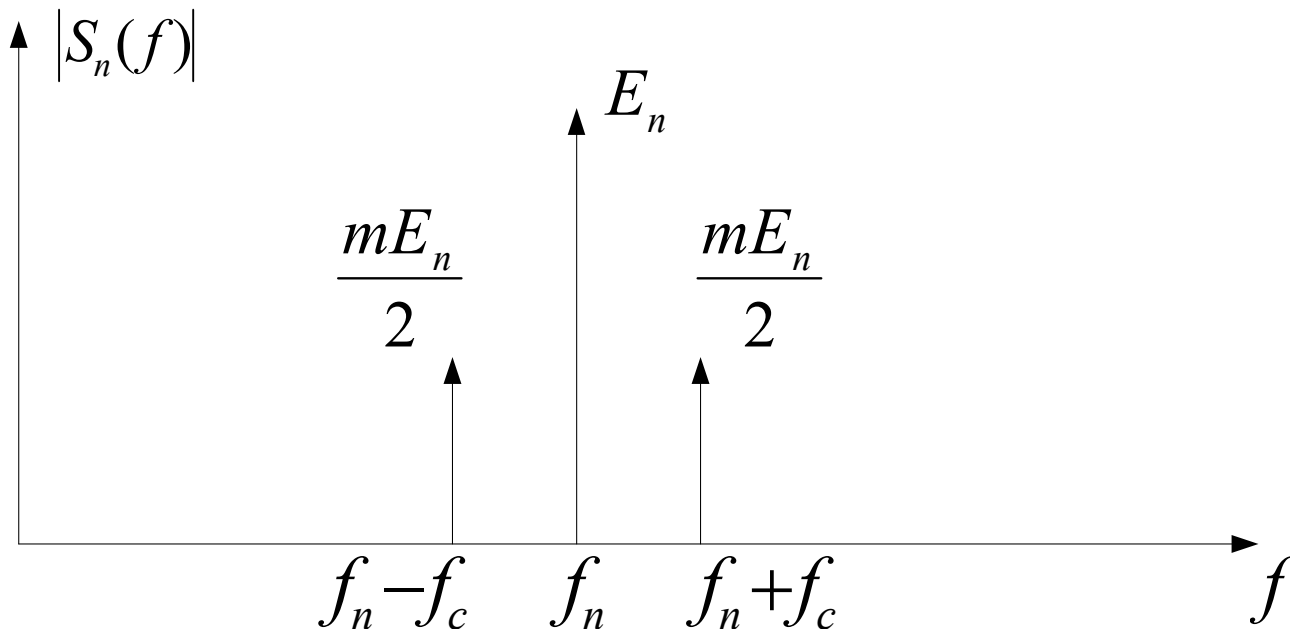
$$a_n(t) = A_n \cos(2\pi f_c t)$$

$$e_n(t) = E_n \cos(2\pi f_n t)$$

$$s_n(t) = E_n \left[1 + \frac{A_n}{E_n} \cos(2\pi f_c t) \right] \cos(2\pi f_n t) = E_n (1 + m a_n(t)) \cos(2\pi f_n t) =$$

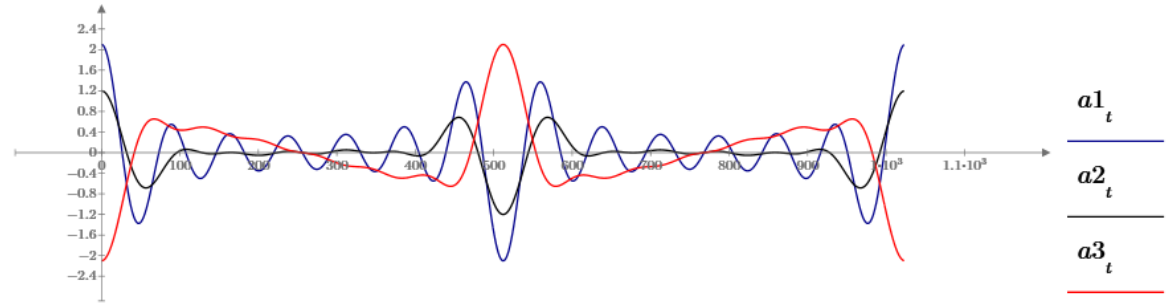
$$= E_n \cos(2\pi f_n t) + 0.5 m E_n [\cos[2\pi(f_n + f_c)t] + \cos[2\pi(f_n - f_c)t]]$$

$$s_{\Sigma}(t) = \sum_{n=1}^N s_n(t)$$



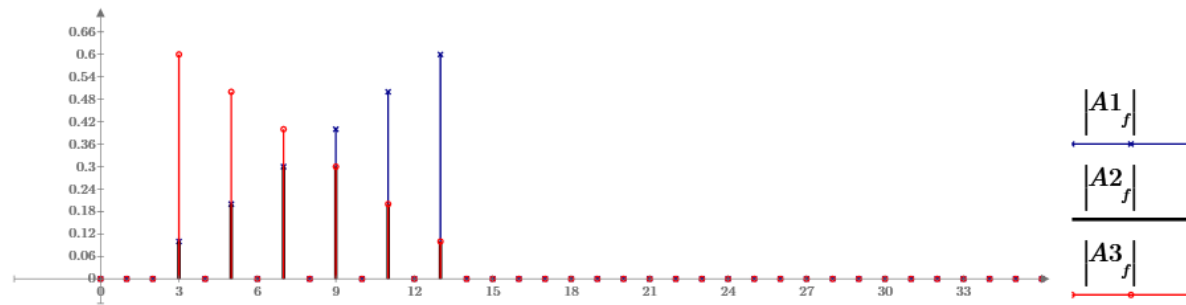
Первичный сигнал (ПС)

$$a_n(t) = \sum_{i=1}^I A_{n,i} \cos(2\pi f_i t)$$



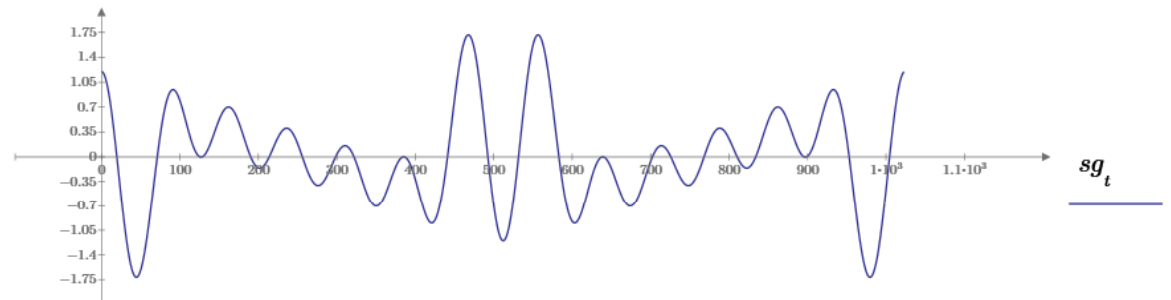
Амплитудный спектр ПС

$$A_n(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} a_n(t) \exp(-j\omega t) dt$$



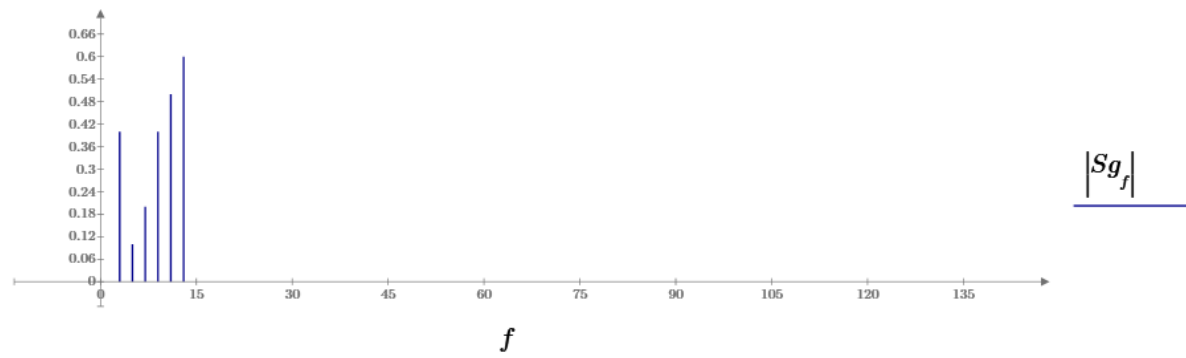
Объединение ПС (групповой сигнал)

$$S_2(t) = \sum_{n=1}^N a_n(t)$$



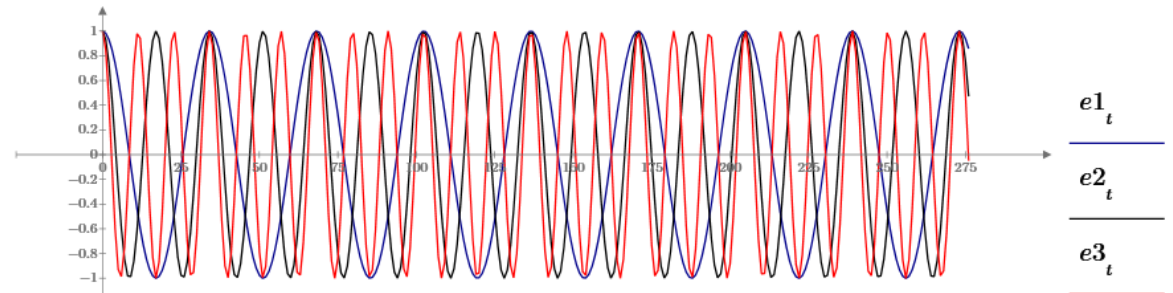
Амплитудный спектр ГС

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S_2(t) \exp(-j\omega t) dt$$



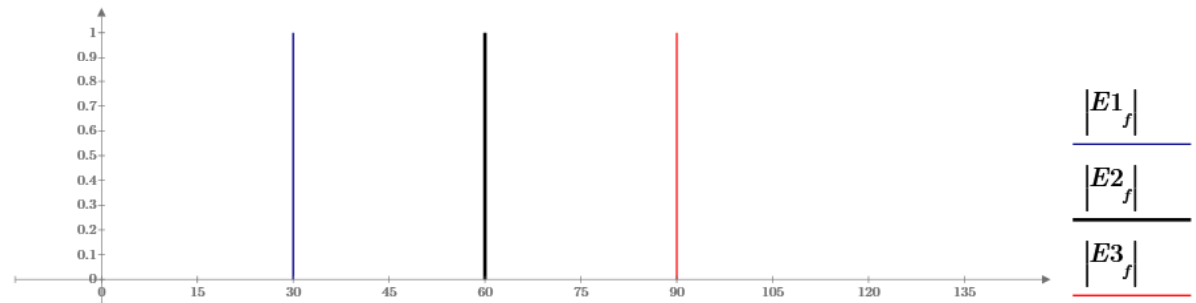
Сигналы переносчики

$$e_n(t) = E \cos(2\pi f_n t)$$



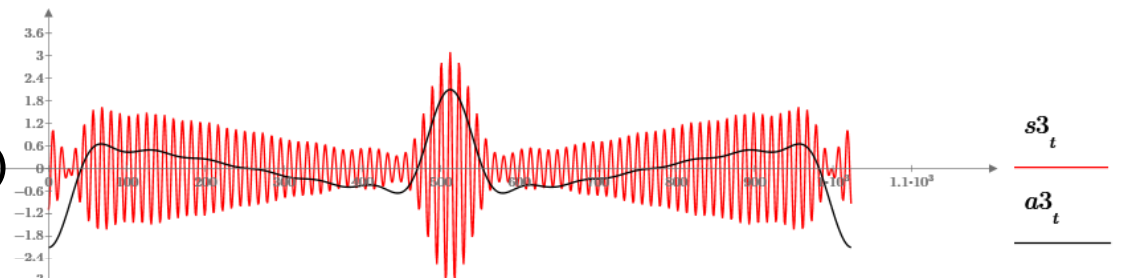
Амплитудный спектр ПС

$$E_n(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} e_n(t) \exp(-j\omega t) dt$$



Канальный сигнал (КС)

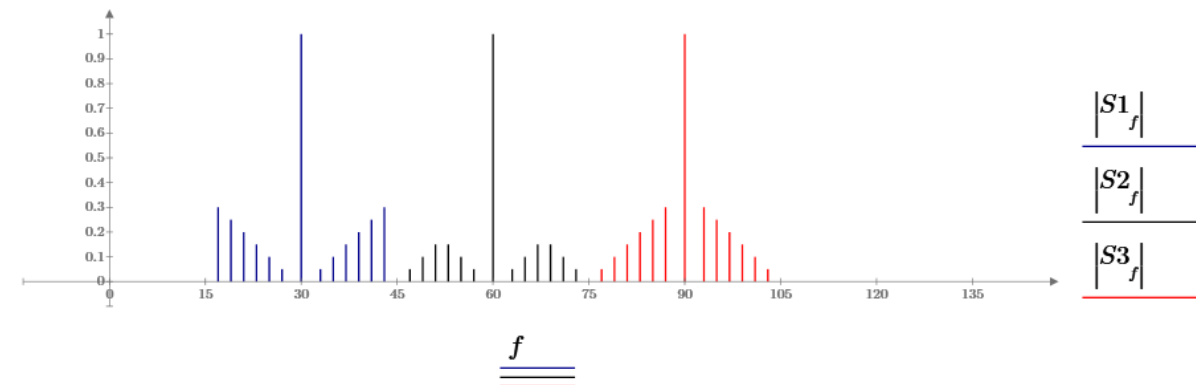
$$s_n(t) = E \left[1 + \sum_{i=1}^I \frac{A_{n,i}}{E} \cos(2\pi f_i t) \right] \cos(2\pi f_n t)$$



$$= E \cos(2\pi f_n t) + 0.5 \sum_{i=1}^I E m_i [\cos[2\pi(f_n + f_i)t] + \cos[2\pi(f_n - f_i)t]]$$

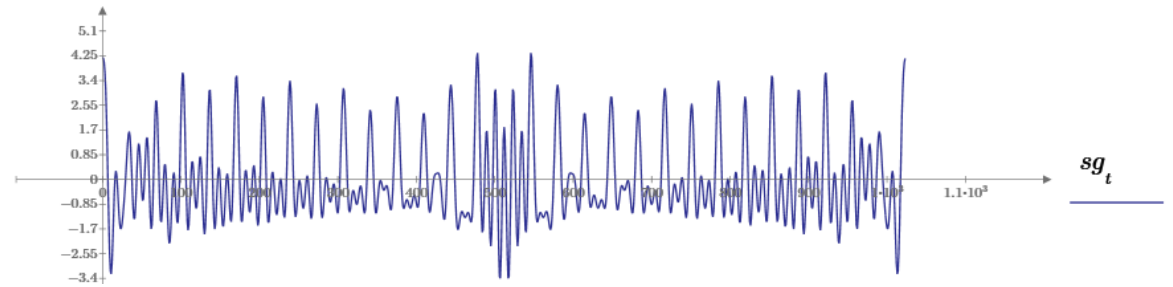
Амплитудные спектры КС

$$S_n(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s_n(t) \exp(-j\omega t) dt$$



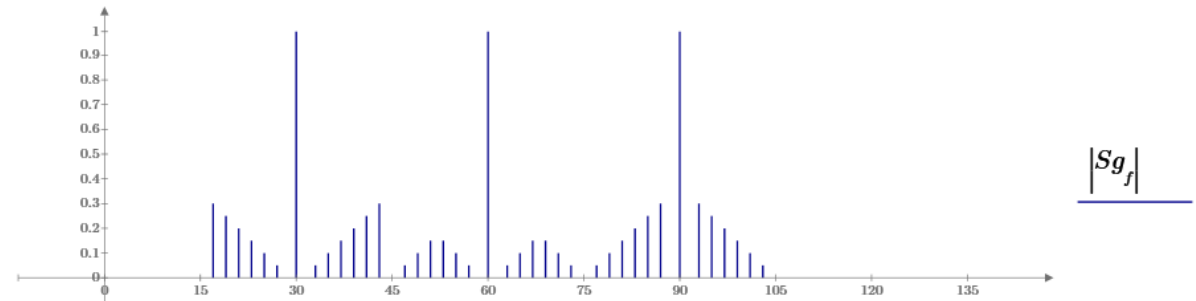
Групповой сигнал

$$S_2(t) = \sum_{n=1}^N s_n(t)$$



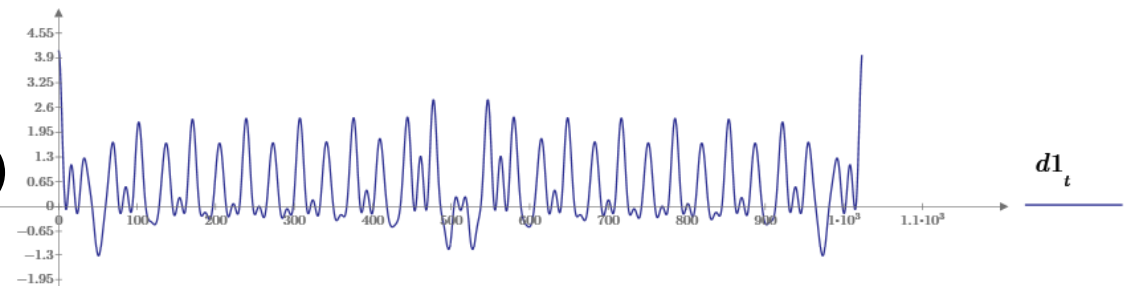
Спектр группового сигнала

$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S_2(t) \exp(-j\omega t) dt$$



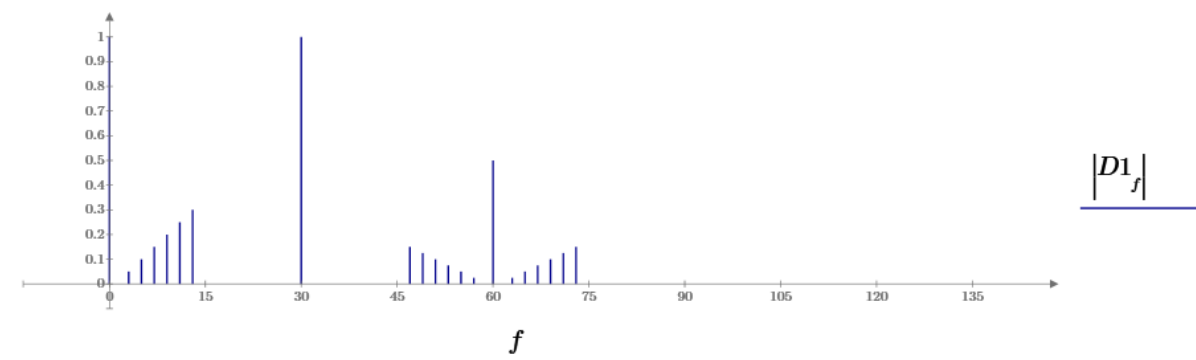
Сигнал на выходе демодулятора

$$d_n(t) = E \left[1 + E^{-1} \hat{s}_n(t) \right] \cos(2\pi f_n t)$$



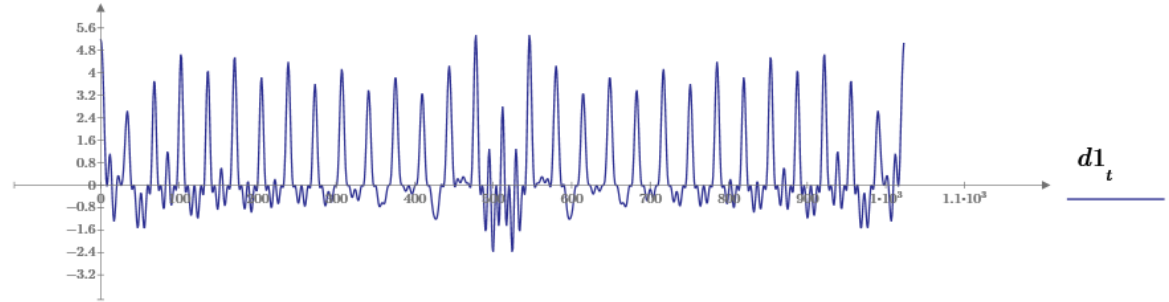
Амплитудный спектр сигнала $d_n(t)$

$$D(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d_n(t) \exp(-j\omega t) dt$$



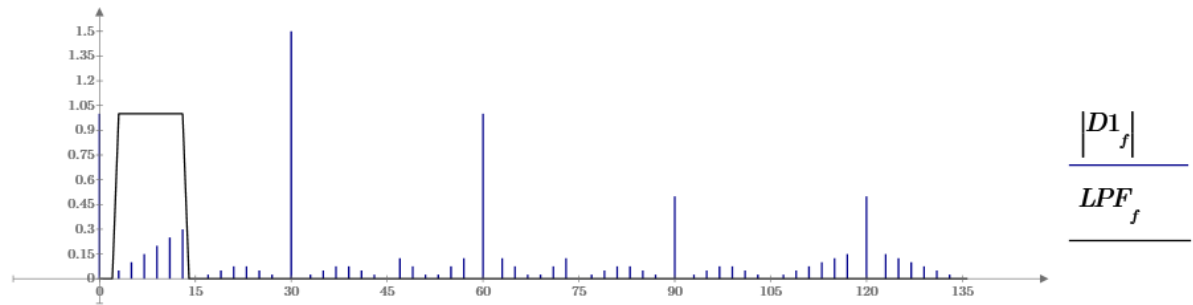
Сигнал на выходе демодулятора

$$d_n(t) = E \left[1 + E^{-1} \hat{S}(t) \right] \cos(2\pi f_n t)$$



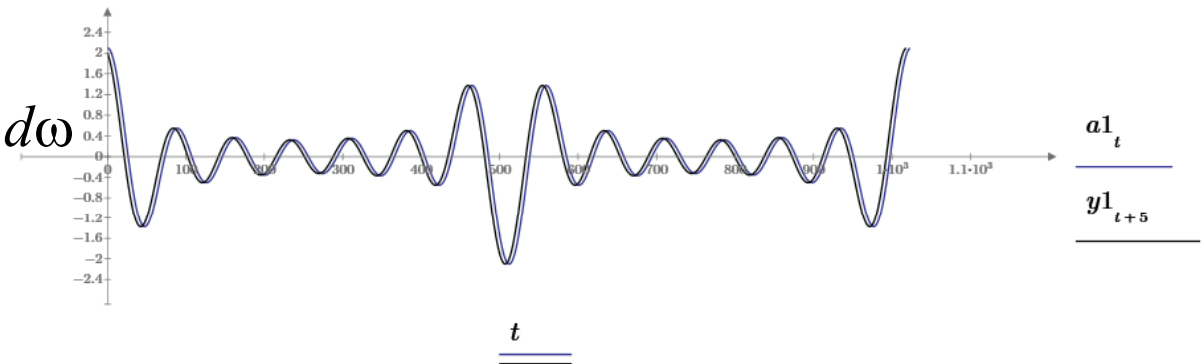
Амплитудный спектр сигнала $d_n(t)$

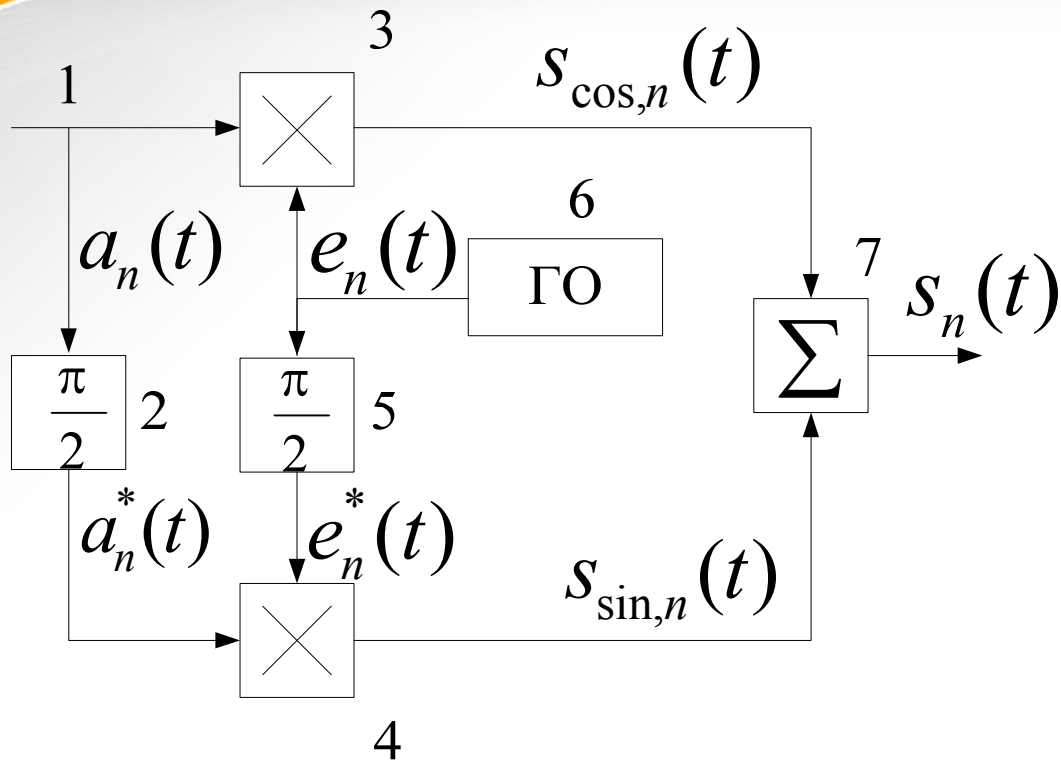
$$D_n(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d_n(t) \exp(-j\omega t) dt$$



Сигнал на выходе ФНЧ

$$a_n(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} D_n(j\omega) H(j\omega) \exp(j\omega t) d\omega$$





$$a_n(t) = A_n \cos(2\pi f_c t)$$

$$a_n^*(t) = A_n \sin(2\pi f_c t)$$

$$e_n(t) = E_n \cos(2\pi f_n t)$$

$$e_n^*(t) = E_n \sin(2\pi f_n t)$$

$$s_{\cos,n}(t) = A_n E_n \cos(2\pi f_c t) \cos(2\pi f_n t) =$$

$$= \frac{A_n E_n}{2} [\cos[2\pi(f_n - f_c)t] + \cos[2\pi(f_n + f_c)t]]$$

$$s_{\sin,n}(t) = A_n E_n \sin(2\pi f_c t) \sin(2\pi f_n t) =$$

$$= \frac{A_n E_n}{2} [\cos[2\pi(f_n - f_c)t] - \cos[2\pi(f_n + f_c)t]]$$

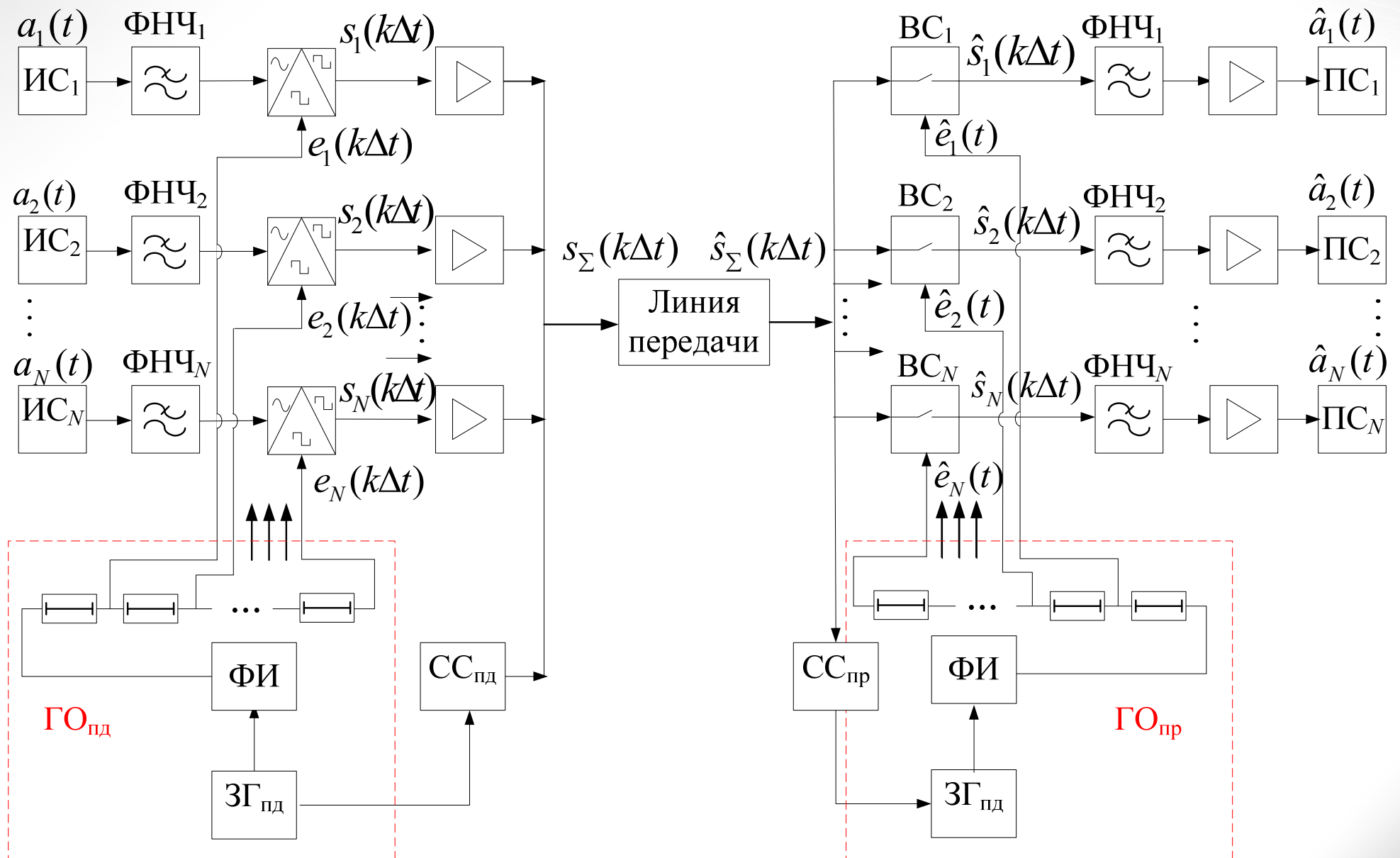
$$T_{\text{д}} = \frac{1}{F_{\text{д}}} \leq \frac{1}{2F_{\text{в}}}$$

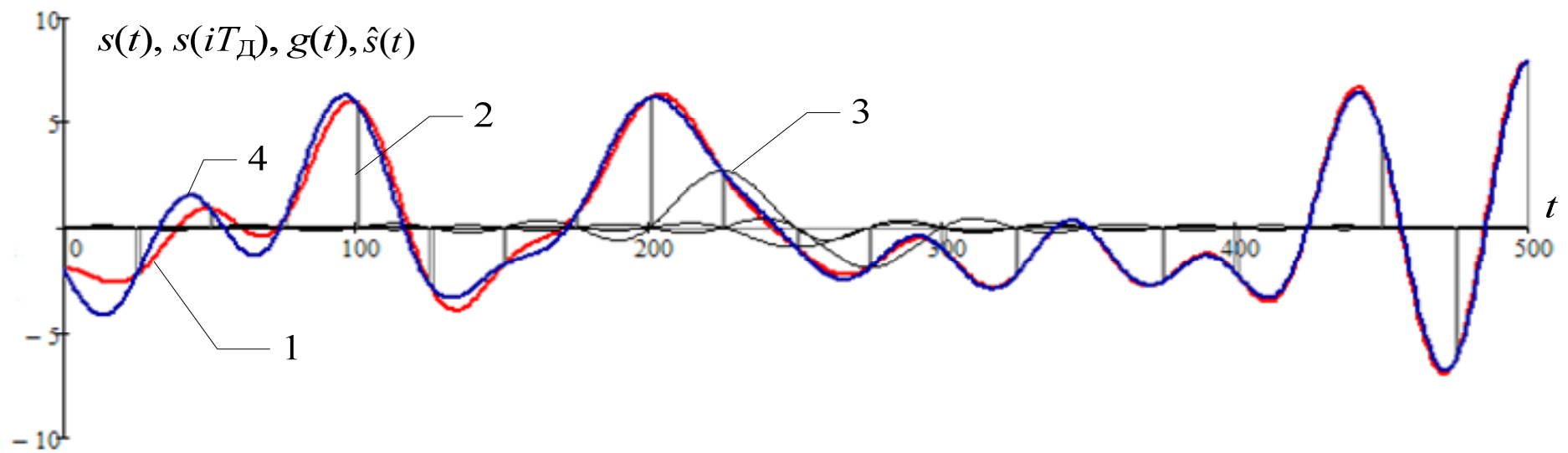
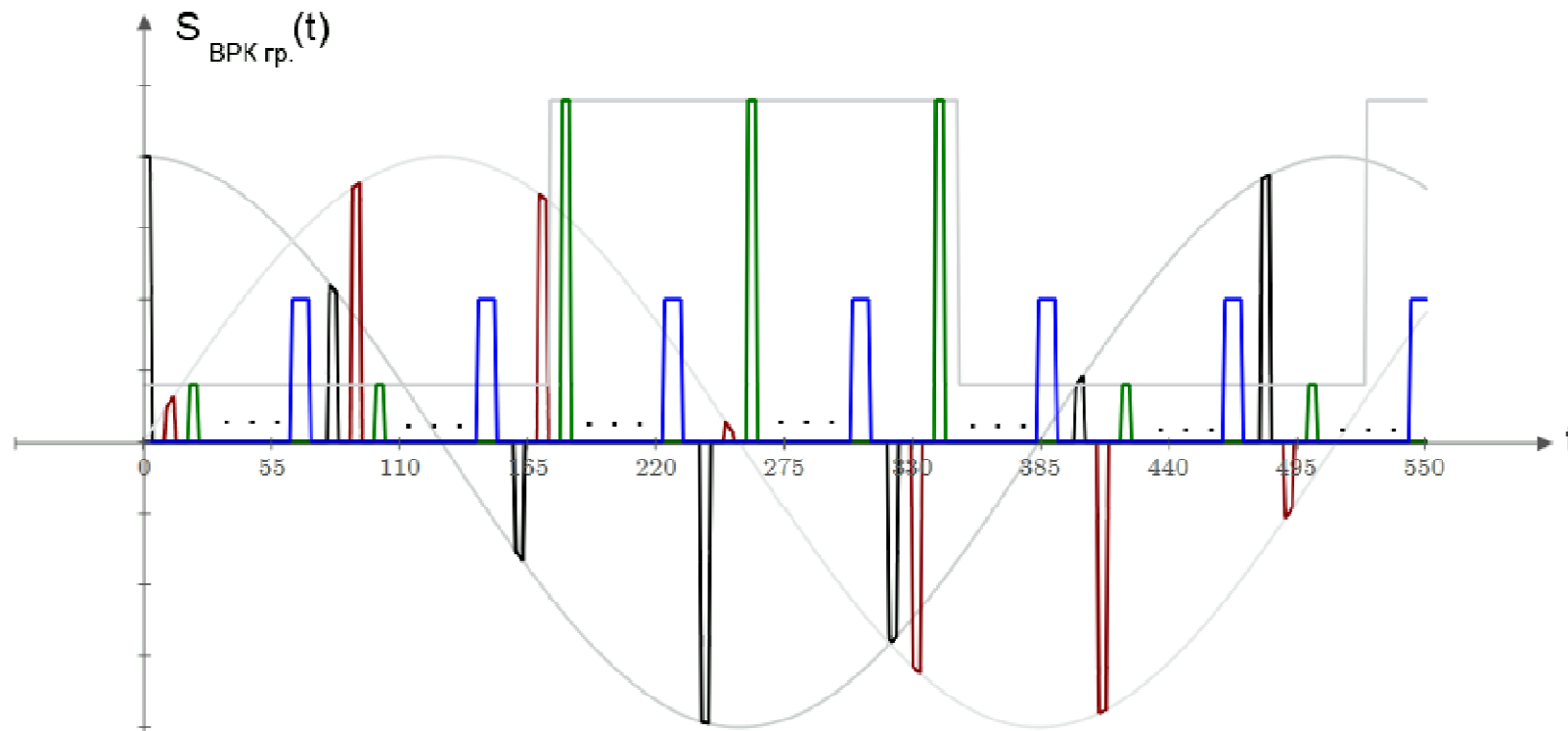
$$g(t) = \frac{\sin(2\pi F_{\text{в}} t)}{2\pi F_{\text{в}} t}$$

$$a(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a(iT_{\text{д}}) g(t - iT_{\text{д}}) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} a(iT_{\text{д}}) \frac{\sin 2\pi F_{\text{в}} (t - iT_{\text{д}})}{2\pi F_{\text{в}} (t - iT_{\text{д}})}$$

$$s_n(t) = a_n(t) e_n(t) = a_n(t) \sum_k e_n(t - kT_{\text{д}})$$

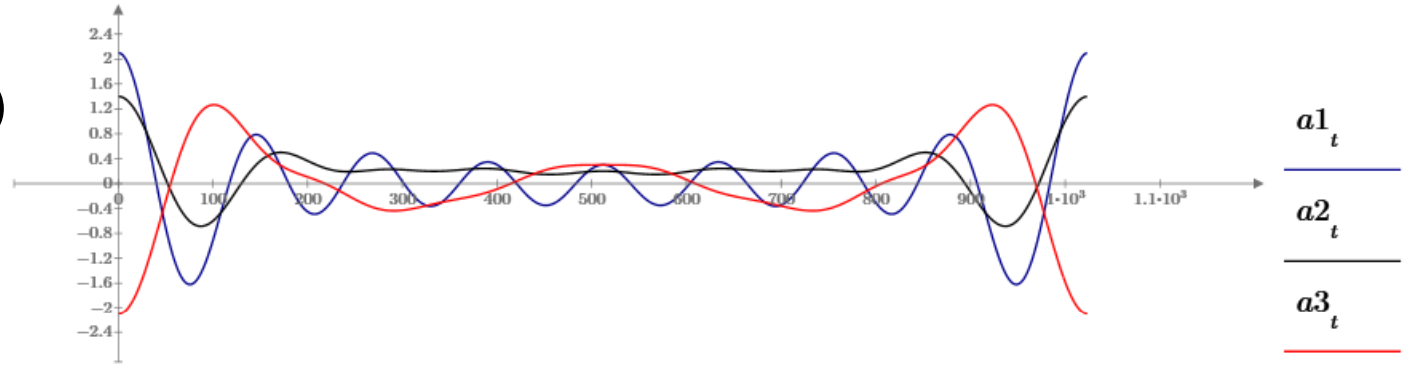
$$s_{\Sigma}(t) = \sum_{n=1}^N s_n(t) = \sum_{n=1}^N a_n(t) \sum_k e_n(t - kT_{\text{д}} - (n-1)\tau)$$





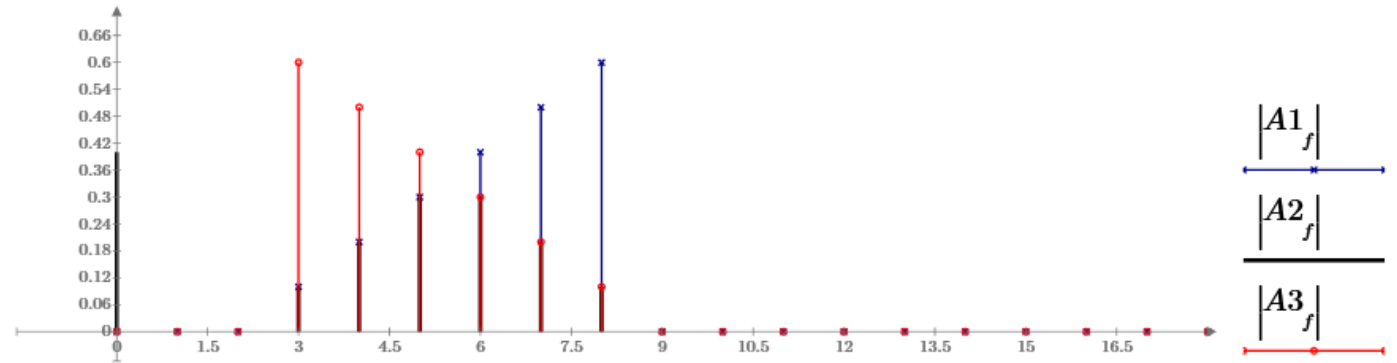
Первичный сигнал (ПС)

$$a_n(t) = \sum_{i=1}^I A_{n,i} \cos(2\pi f_i t)$$



Амплитудный спектр ПС

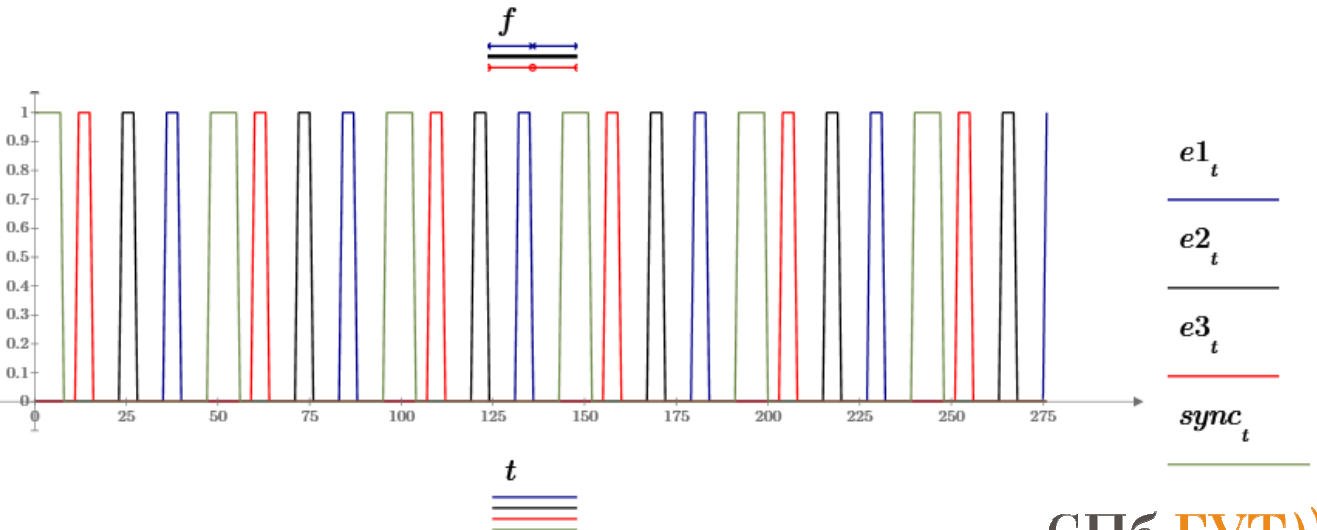
$$A_n(f) = \int_{-\infty}^{\infty} a_n(t) e^{-j2\pi f t} dt$$



Сигналы переносчики

$$e_n(t) = \sum_{i=-\infty}^{\infty} \sigma(t - iT_D - (n-1)\tau)$$

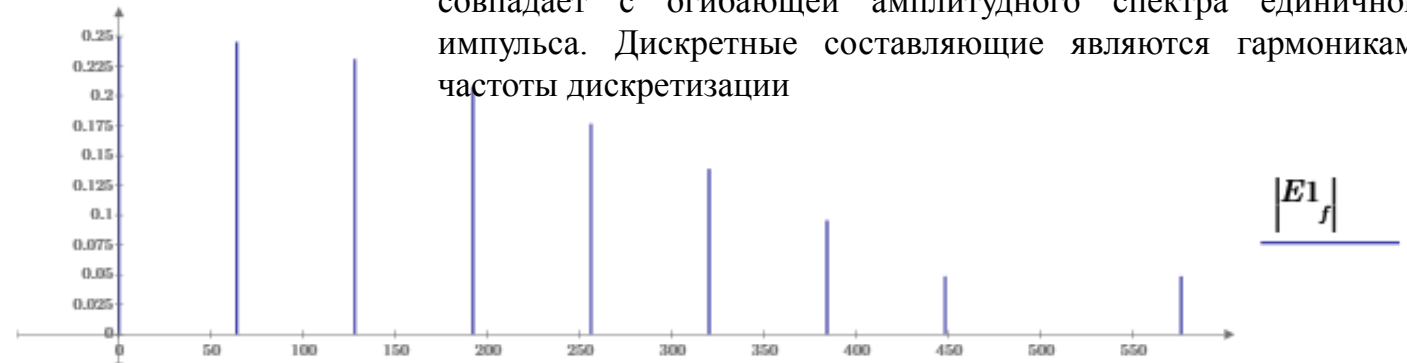
$$\sigma(t) = \begin{cases} A & \text{при } t \in \left(-\frac{1}{2}\tau, \frac{1}{2}\tau\right) \\ 0 & \text{при } t \notin \left(-\frac{1}{2}\tau, \frac{1}{2}\tau\right) \end{cases}$$



Амплитудный спектр сигнала

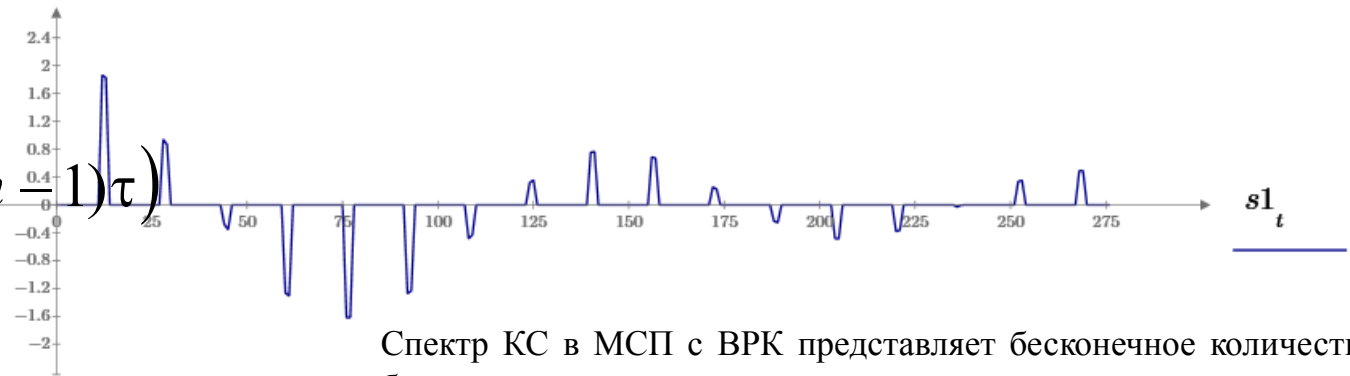
$$E_n(f) = \int_{-\infty}^{\infty} e_n(t) e^{-j2\pi ft} dt$$

Огибающая амплитудного спектра сигнала переносчика совпадает с огибающей амплитудного спектра единичного импульса. Дискретные составляющие являются гармониками частоты дискретизации



Канальный сигнал (КС)

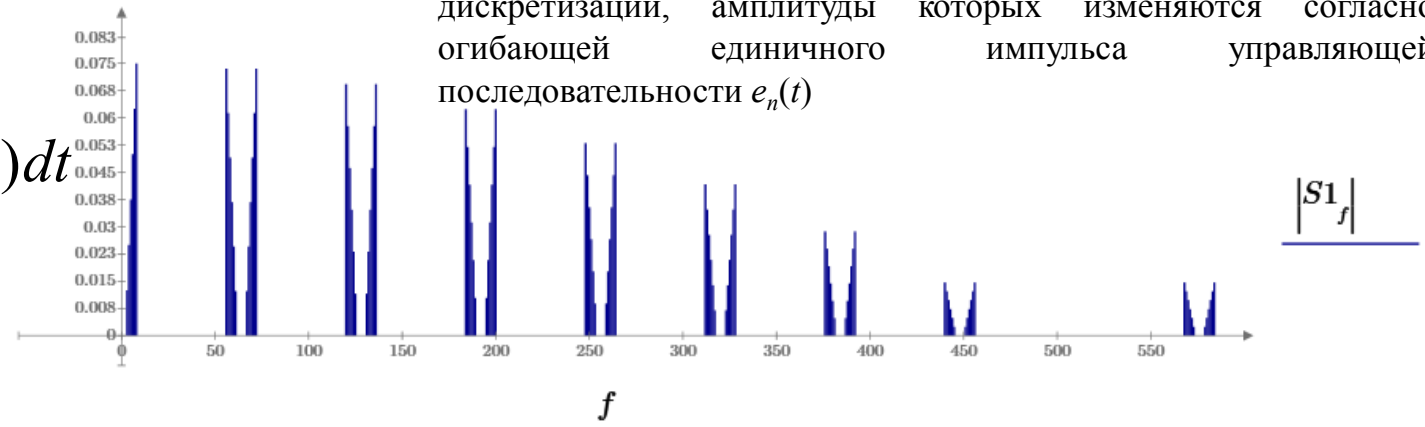
$$s_n(t) = a_n(t) \sum_{i=-\infty}^{\infty} e(t - iT_D - (n - \frac{1}{2})\tau)$$



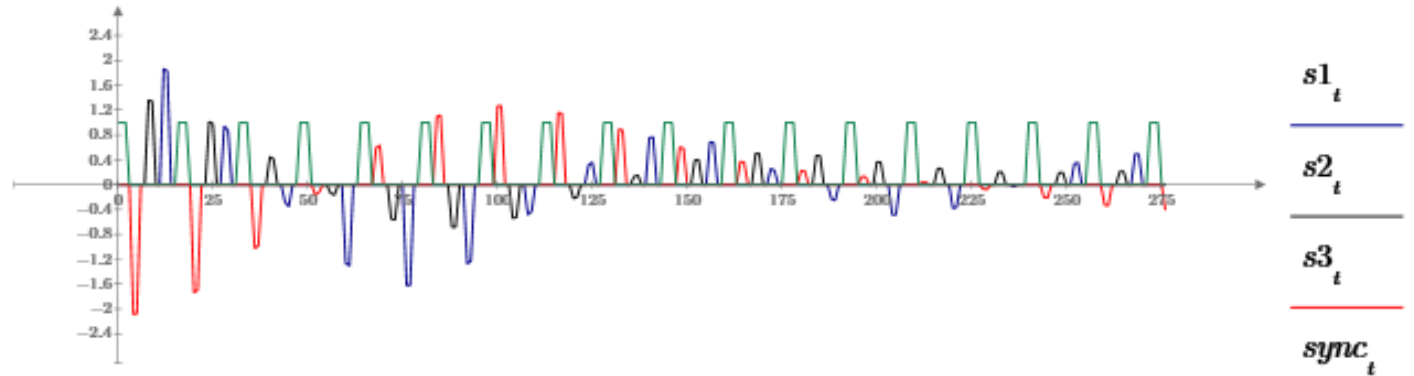
Спектр КС в МСП с ВРК представляет бесконечное количество боковых полос, расположенных относительно гармоник частоты дискретизации, амплитуды которых изменяются согласно огибающей единичного импульса управляющей последовательности $e_n(t)$

Амплитудный спектр КС

$$S_n(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} s_n(t) \exp(-j\omega t) dt$$

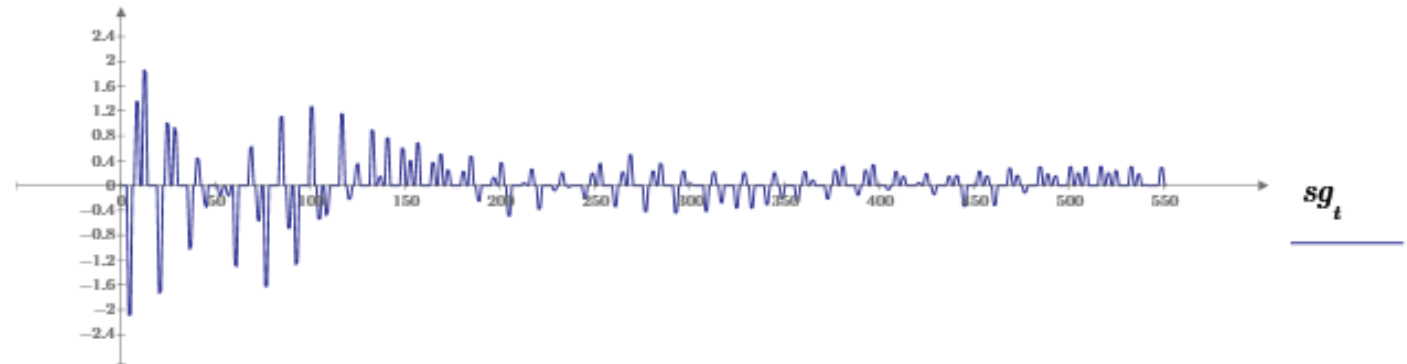


Совокупность КС и сигнала



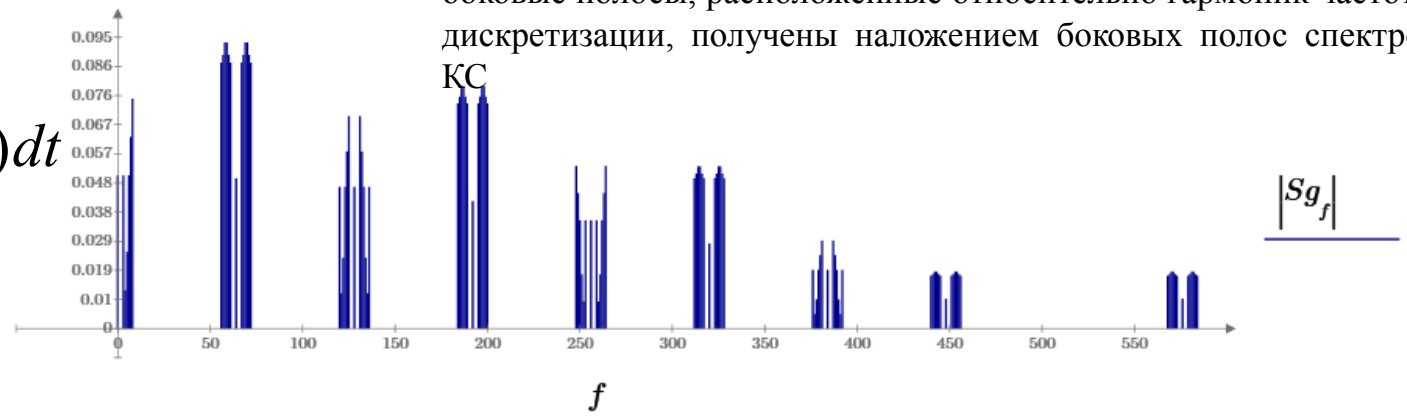
Групповой сигнал (ГС)

$$S_2(t) = \sum_{n=1}^N s_n(t)$$



Амплитудный спектр ГС

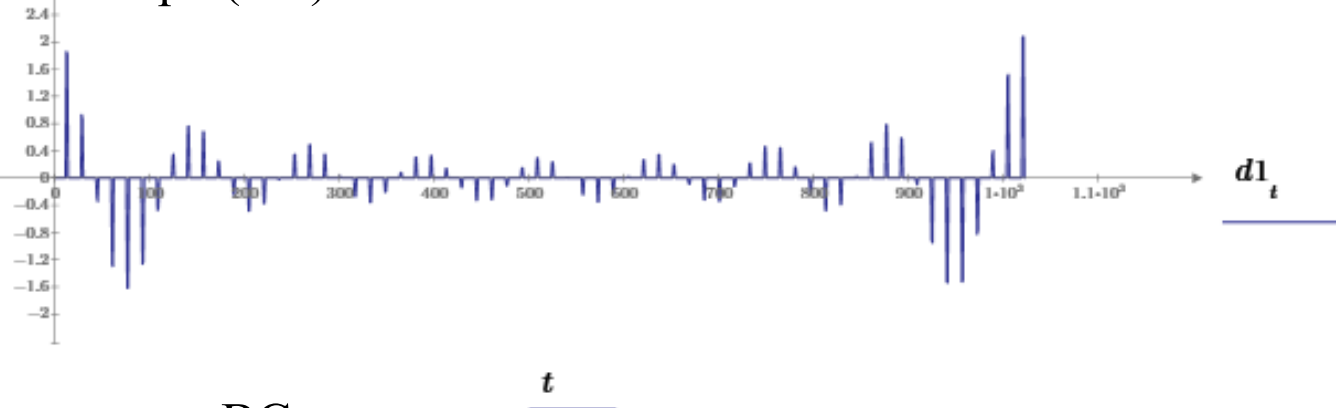
$$S(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} S_2(t) \exp(-j\omega t) dt$$



Для МСП с ВРК спектры КС располагаются в одной полосе частот в отличие от случая с ЧРК, т.о. можно наблюдать, что боковые полосы, расположенные относительно гармоник частоты дискретизации, получены наложением боковых полос спектров КС

Сигнал на выходе временного селектора (ВС)

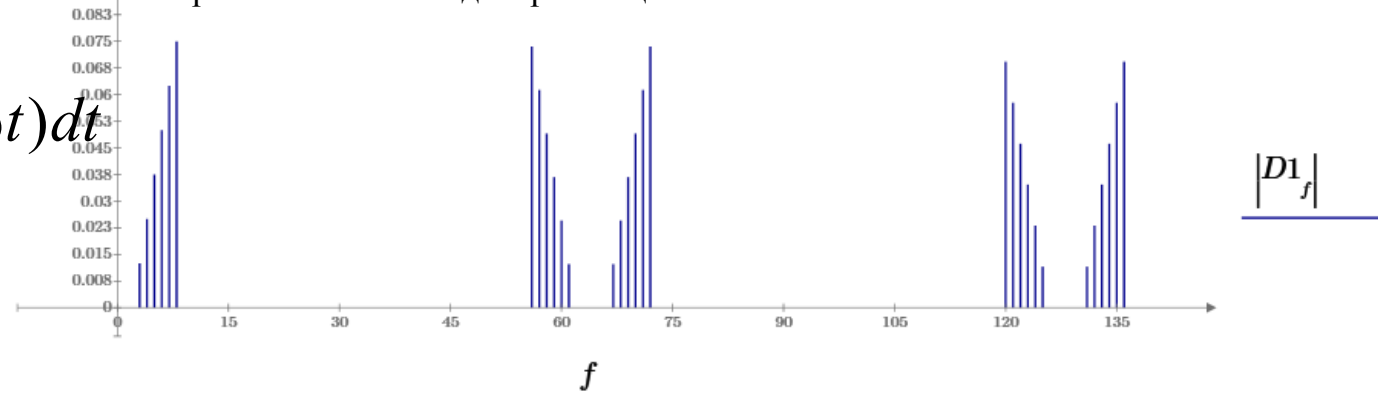
$$d_n(t) = \left(\sum_{n=1}^N s_n(t) \right) \cdot e_n(t)$$



Амплитудный спектр сигнала на выходе ВС

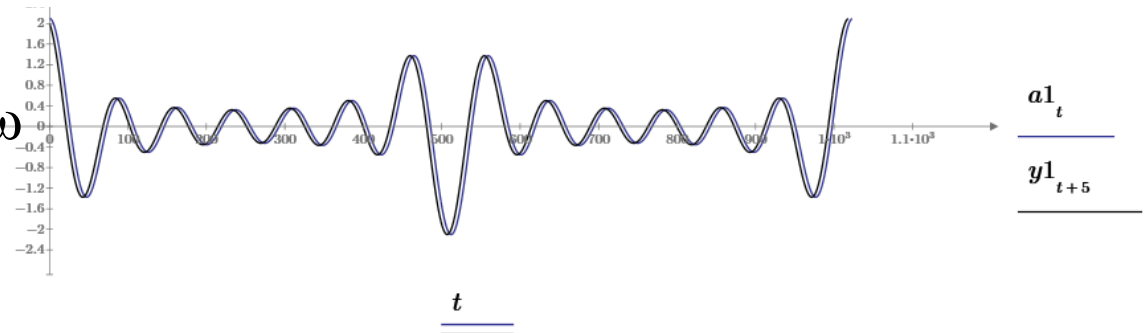
Спектр сигнала на выходе ВС в МСП с ВРК представляет в идеальном случае копию спектра КС и содержит ВБП 0-й гармоники частоты дискретизации, являющейся копией спектра первичного сигнала. Т.о. достаточным условием является пропускание сигнала через фильтр нижних частот, обеспечивающего выделение ВБП 0-й гармоники частоты дискретизации

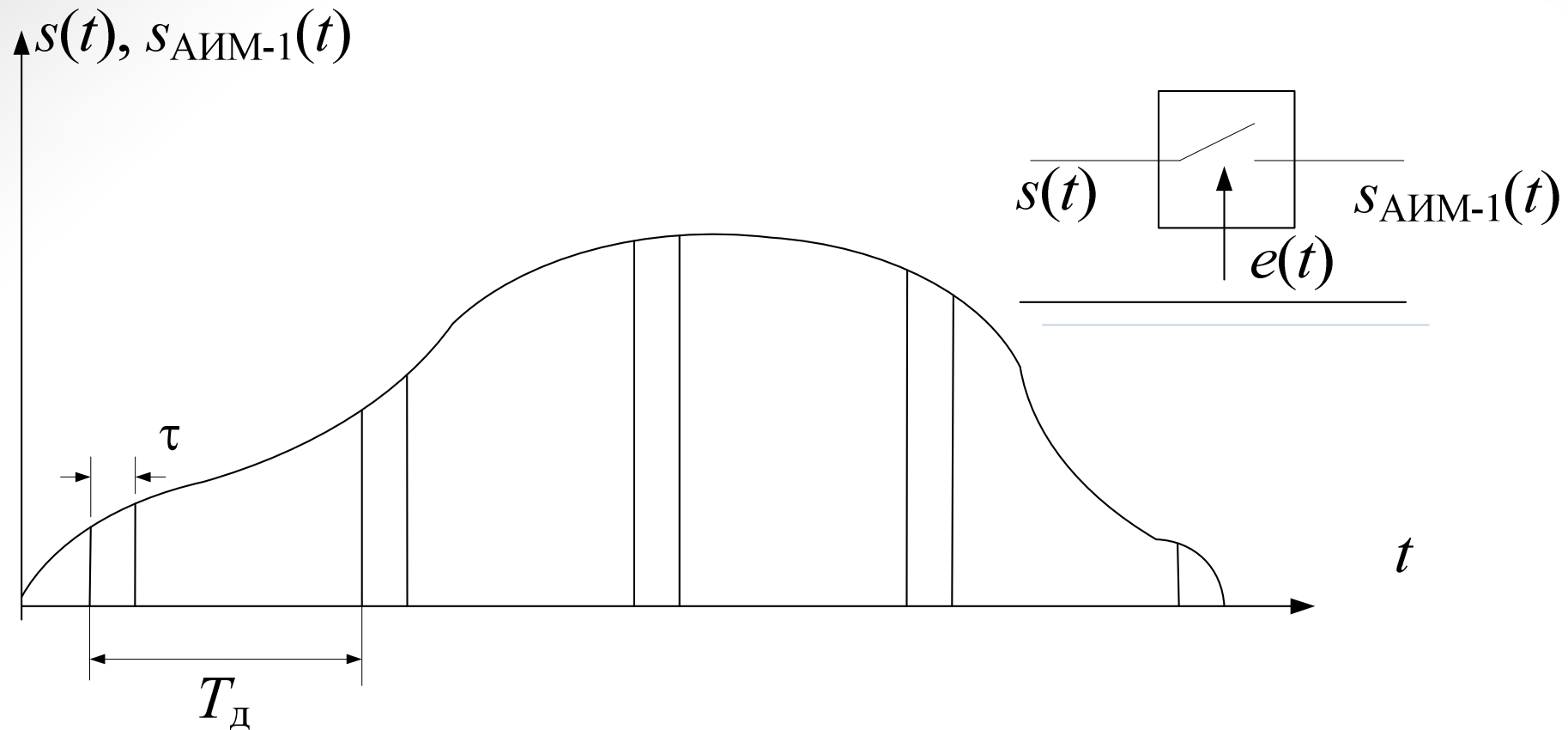
$$D_n(j\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} d_n(t) \exp(-j\omega t) dt$$



Сигнал на выходе ФНЧ

$$a_n(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} D_n(j\omega) H(j\omega) \exp(j\omega t) d\omega$$





$$a(t) = A_0 + A_1 \cos(2\pi f_c t) = A_0 + A_1 \cos(\Omega t)$$

$$s_{\text{АИМ-1}}(t) = a(t)e(t) = a(t) \sum_k e_0(t - kT_d)$$

$$s_{\text{АИМ-1}}(t) = (A_0 + A_1 \cos \Omega t) \sum_k e_0(t - kT_d)$$

$$\sum_k e_0(t - kT_d) = \frac{2}{T_d} \int_0^{\frac{T_d}{2}} e_0(t) dt + \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{4}{T_d} \int_0^{\frac{T_d}{2}} e_0(t) \cos n\Omega_d t dt \right] \cos n\Omega_d t$$

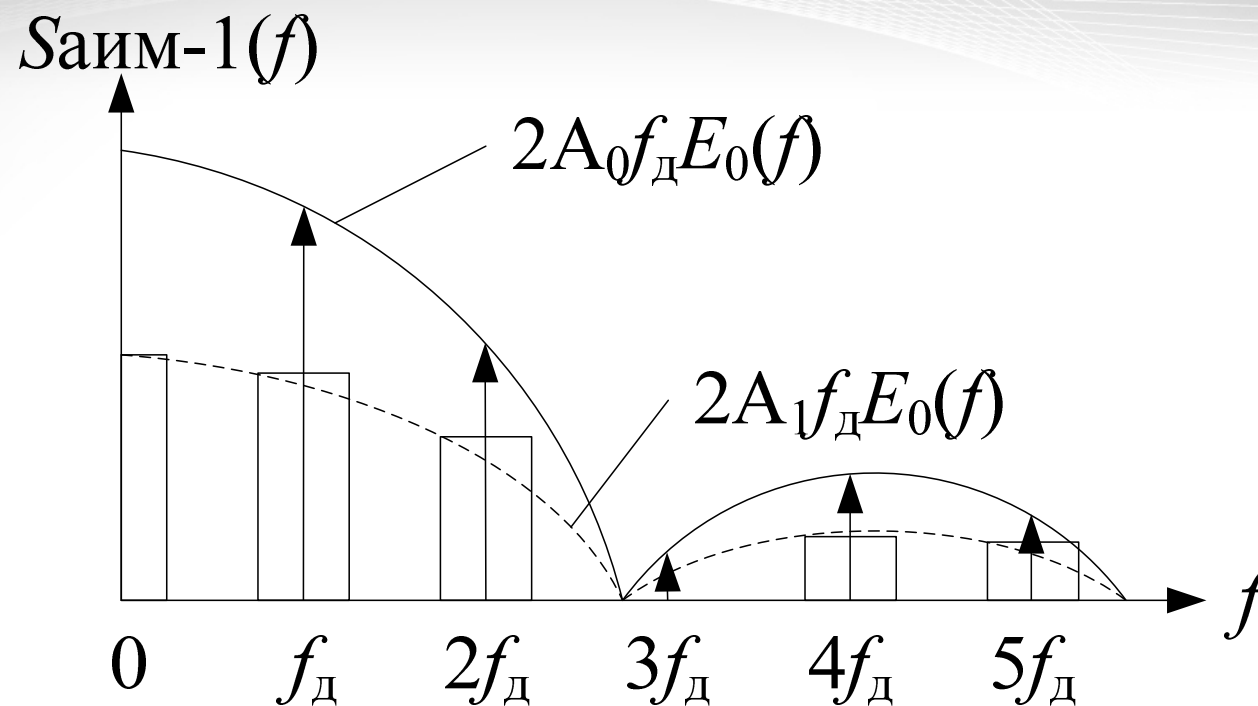
$$\sum_k e_0(t - kT_d) = f_d E_0(0) + 2f_d \sum_{n=1}^{\infty} E_0(n\Omega_d) \cos n\Omega_d t$$

$$s_{\text{АИМ-1}}(t) = A_0 f_d \left\{ E_0(0) + 2 \sum_{n=1}^{\infty} E_0(n\Omega_d) \cos n\Omega_d t \right\} +$$

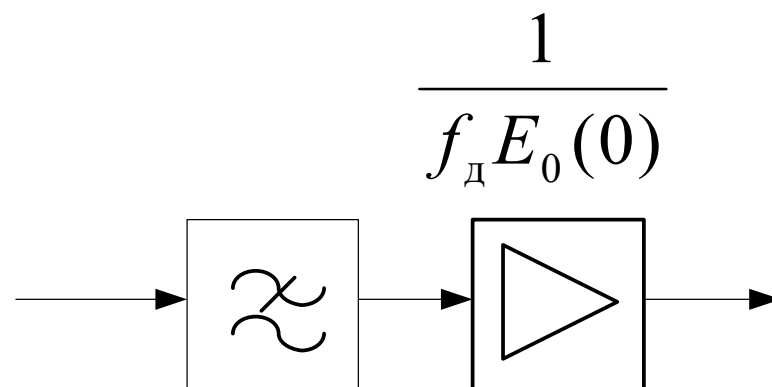
$$+ A_1 f_d \left\{ E_0(0) \cos \Omega t + \sum_{n=1}^{\infty} E_0(n\Omega_d) [\cos(n\Omega_d - \Omega)t + \cos(n\Omega_d + \Omega)t] \right\}$$

Спектр сигнала АИМ-1

$$S_{\text{АИМ-1}}(\Omega) = \frac{U\tau}{T_d} S(\Omega) + \frac{2U\tau}{T_d} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin\left(\frac{k\Omega_d\tau}{2}\right)}{\left(\frac{k\Omega_d\tau}{2}\right)} S(k\Omega_d \pm \Omega)$$

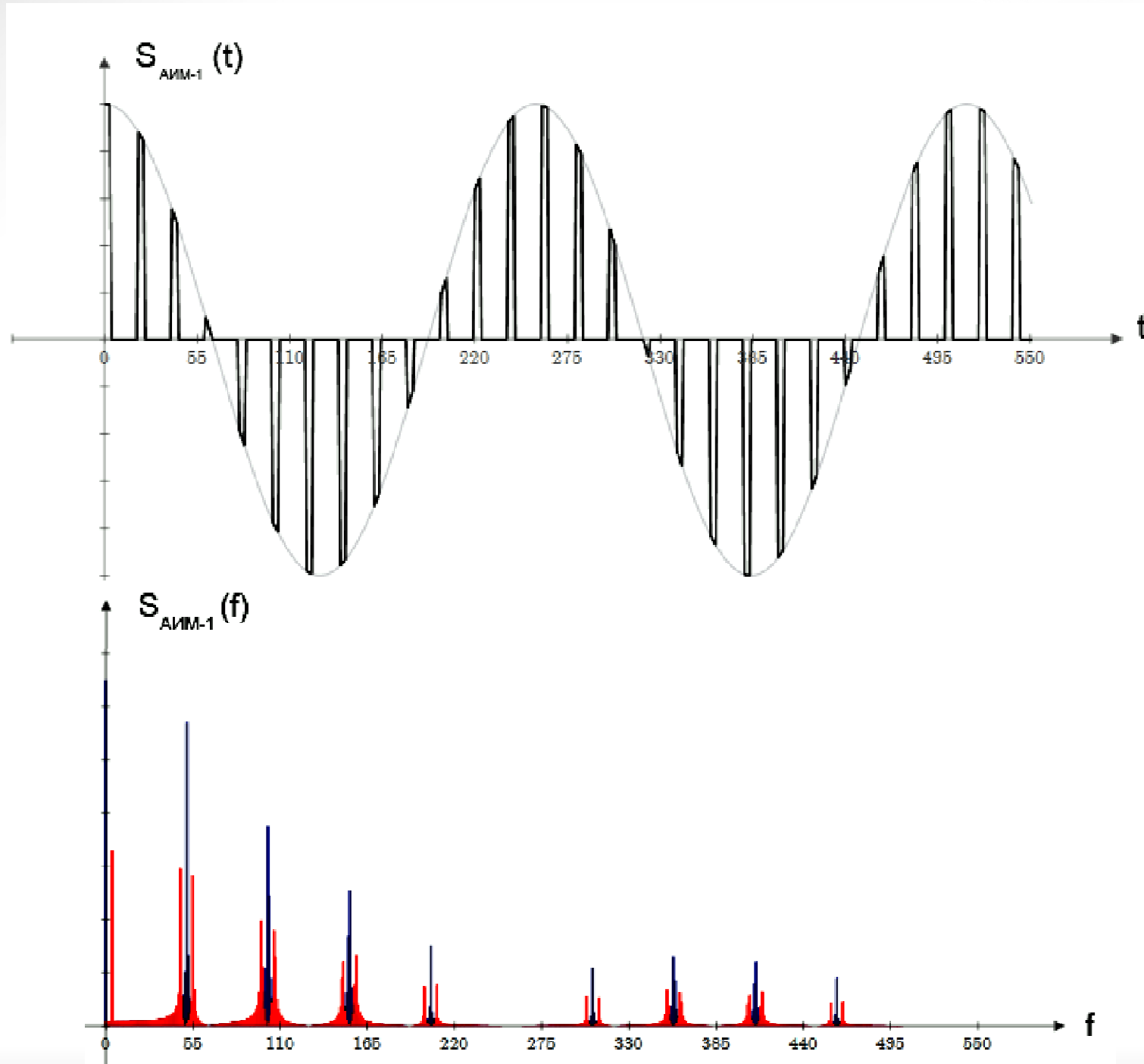


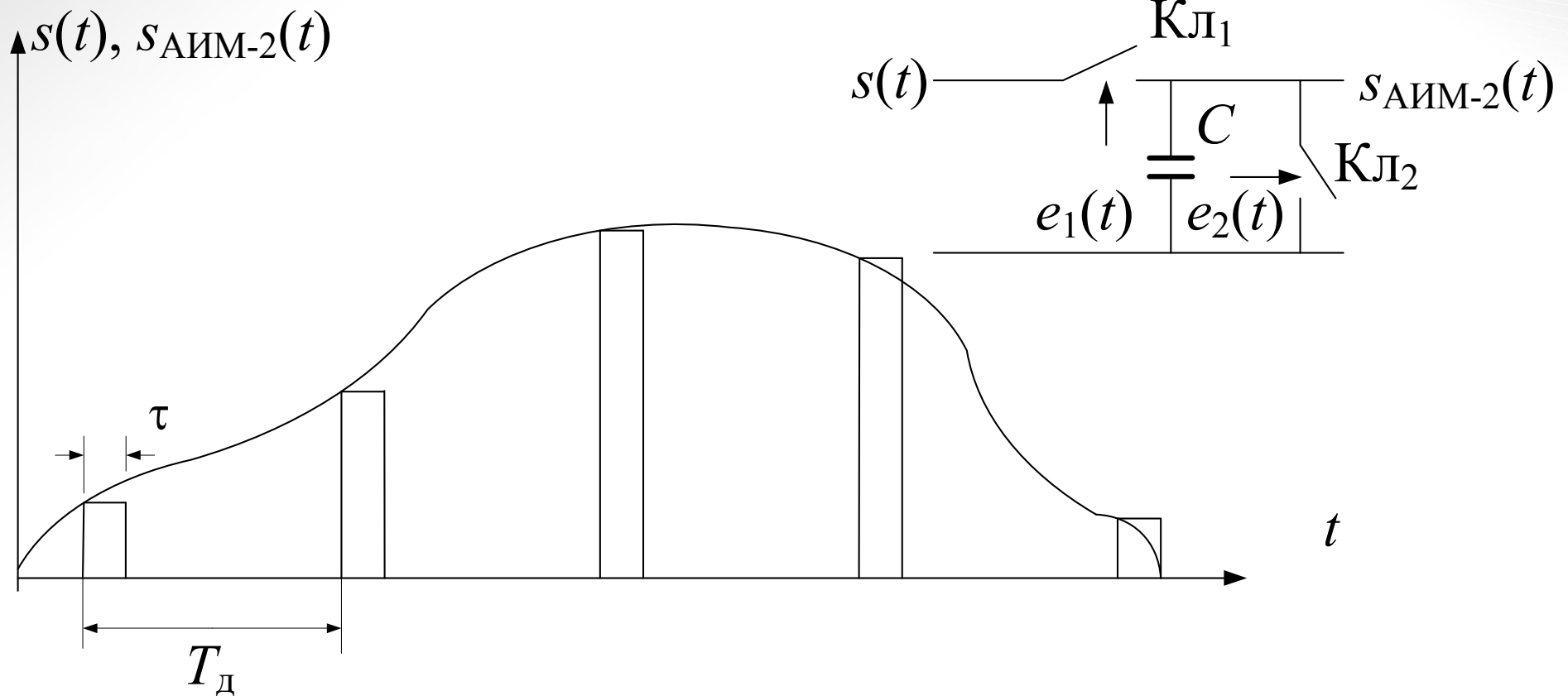
$$s_{\text{ВЫХ}}(t) = f_d E_0(0) [A_0 + A_1 \cos(ft)] \quad f_d E_0(0) < 1$$



Демодулятор сигнала АИМ-1

Пример





$$s_{\text{АИМ-2}}(t) = \sum_k a(kT_{\text{д}}) e_0(t - kT_{\text{д}})$$

$$s_{\text{АИМ-2}}(t) = \sum_k A_1 \cos \Omega kT_{\text{д}} \cdot e_0(t - kT_{\text{д}})$$

$$e_0(t - kT_{\text{д}}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(\omega) e^{-i\omega kT_{\text{д}}} e^{i\omega t} d\omega$$

$$\begin{aligned} \sum_k \cos \Omega k T_{\text{д}} \cdot e^{-i\omega k T_{\text{д}}} &= \sum_k \frac{1}{2} \left[e^{i\Omega k T_{\text{д}}} + e^{-i\Omega k T_{\text{д}}} \right] e^{-i\omega k T_{\text{д}}} = \\ &= 1 + \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{\infty} \left(e^{i(\omega-\Omega)k T_{\text{д}}} + e^{-i(\omega-\Omega)k T_{\text{д}}} + e^{i(\omega+\Omega)k T_{\text{д}}} + e^{-i(\omega+\Omega)k T_{\text{д}}} \right) = \\ &= \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \cos(\omega - \Omega)k T_{\text{д}} \right\} + \left\{ \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \cos(\omega + \Omega)k T_{\text{д}} \right\}. \end{aligned}$$

$$\left\{ \frac{1}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \cos z k x \right\} = \frac{\pi}{z} \sum_n \delta \left(x - n \frac{2\pi}{z} \right)$$

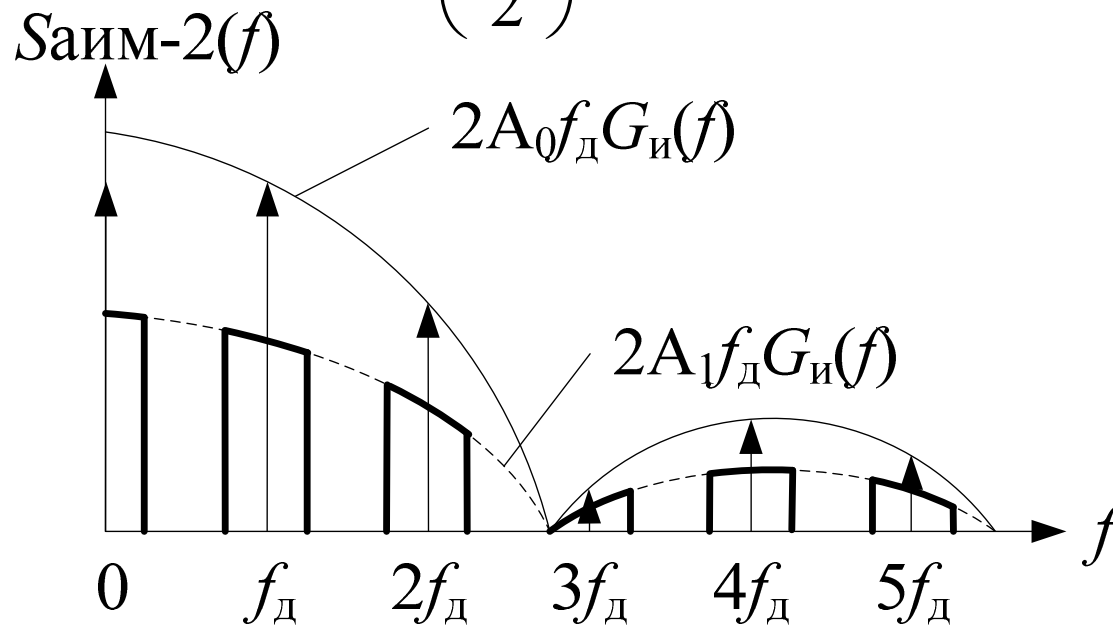
$$\sum_k \cos \Omega k T_{\text{д}} \cdot e^{-i\omega k T_{\text{д}}} = \frac{\Omega_{\text{д}}}{2} \left[\sum_n \delta(\omega - \Omega - n\Omega_{\text{д}}) + \sum_n \delta(\omega + \Omega - n\Omega_{\text{д}}) \right]$$

$$\begin{aligned}
 S_{АИМ-2}(t) &= A_1 \int_{-\infty}^{+\infty} E_0(\omega) e^{i\omega t} \frac{f_{\text{Д}}}{2} \left[\sum_n \delta(\omega - \Omega - n\Omega_{\text{Д}}) + \sum_n \delta(\omega + \Omega - n\Omega_{\text{Д}}) \right] d\omega = \\
 &= A_1 \frac{f_{\text{Д}}}{2} \sum_n \left[E_0(n\Omega_{\text{Д}} - \Omega) e^{i(n\Omega_{\text{Д}} - \Omega)t} + E_0(n\Omega_{\text{Д}} + \Omega) e^{i(n\Omega_{\text{Д}} + \Omega)t} \right].
 \end{aligned}$$

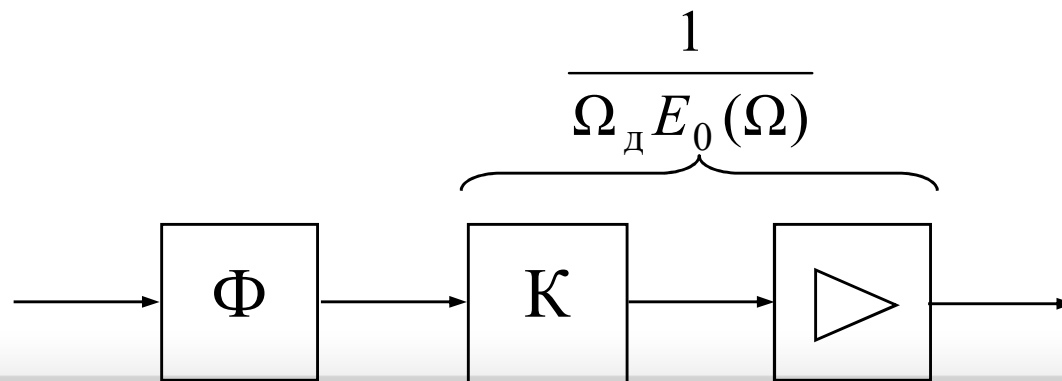
$$\begin{aligned}
 S_{АИМ-2}(t) &= A_1 f_{\text{Д}} \left[E_0(\Omega) \cos \Omega t + \sum_{k=1}^{\infty} E_0(k\Omega_{\text{Д}} - \Omega) \cos(k\Omega_{\text{Д}} - \Omega)t + \right. \\
 &\quad \left. + \sum_{k=1}^{\infty} E_0(k\Omega_{\text{Д}} + \Omega) \cos(k\Omega_{\text{Д}} + \Omega)t \right].
 \end{aligned}$$

$$E_0(-\omega) = E_0(\omega) \qquad \cos x = \frac{e^{ix} + e^{-ix}}{2}$$

$$S_{\text{АИМ-2}}(f) = \frac{U\tau}{T_d} \cdot \frac{\sin\left(\frac{f\tau}{2}\right)}{\left(\frac{f\tau}{2}\right)} \left[S(f) + 2 \sum_{k=1}^{\infty} S(k f_d \pm f) \right]$$

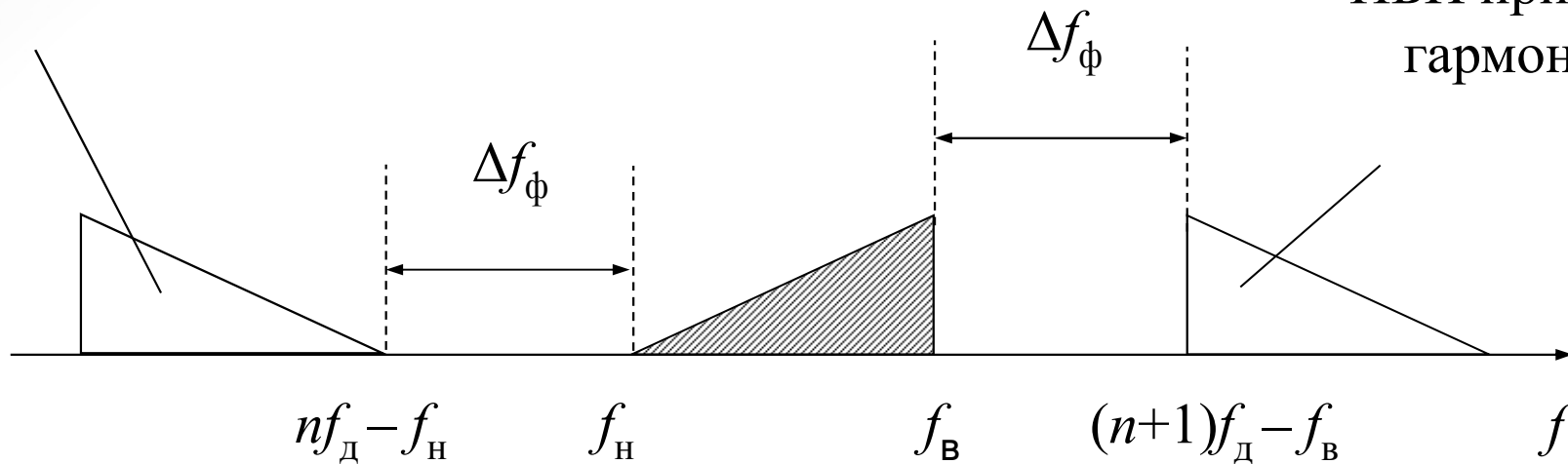


Демодулятор сигнала АИМ-2



НБП при n -й гармонике $f_{\text{д}}$

НБП при $(n+1)$ -й гармонике $f_{\text{д}}$

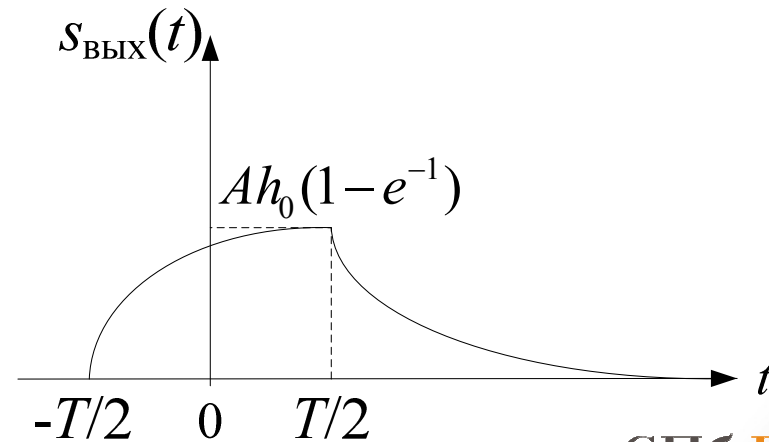
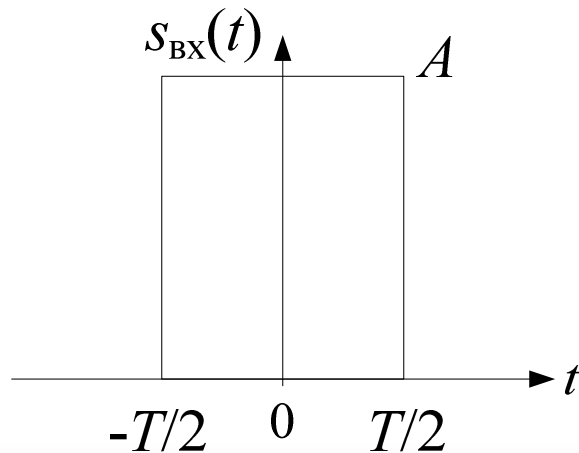
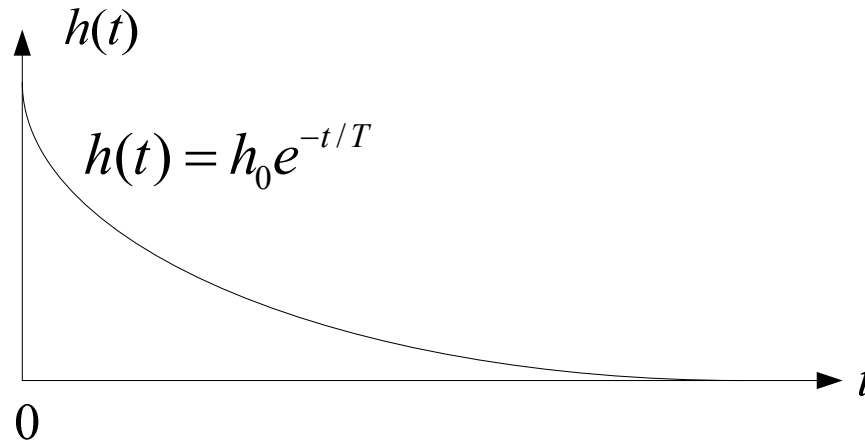
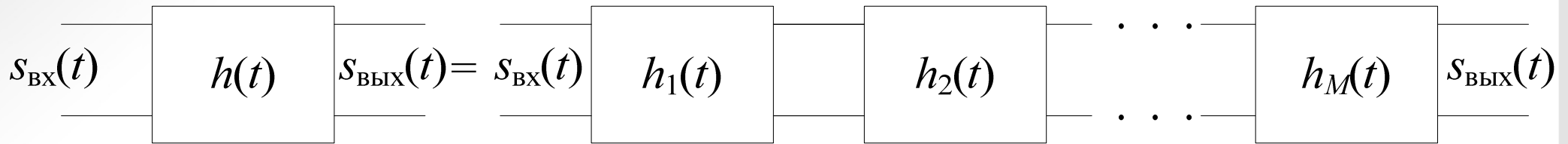


$$nf_{\text{д}} - f_{\text{H}} + \Delta f_{\phi} \leq f_{\text{H}} \quad (n+1)f_{\text{д}} - f_{\text{B}} \geq f_{\text{B}} + \Delta f_{\phi},$$

$$\frac{2f_{\text{B}} + \Delta f_{\phi}}{(n+1)} \leq f_{\text{д}} \leq \frac{2f_{\text{H}} - \Delta f_{\phi}}{n}$$

$$\dot{H}(j\omega) = \dot{H}_1(j\omega)\dot{H}_2(j\omega)\dot{H}_3(j\omega)\dots\dot{H}_M(j\omega)$$

$$\dot{H}(j\omega) \xleftrightarrow{\mathfrak{S}^{-1}} h(t) = h_1(t) * h_2(t) * h_3(t) * \dots * h_M(t)$$



$$H(-\omega) = H(\omega)$$

Разложение амплитудно-частотной характеристики в ряд Фурье

$$H(\omega) = H_0 + H_1 \cos\left(\frac{2\pi}{T}\omega\right) + H_2 \cos\left(2\frac{2\pi}{T}\omega\right) + \dots + H_n \cos\left(n\frac{2\pi}{T}\omega\right) + \dots$$

$$\frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2\omega_{\max}} = \frac{1}{2f_{\max}} = \tau$$

$$H(\omega) = H_0 + H_1 \cos(\omega\tau) + H_2 \cos(2\omega\tau) + \dots + H_n \cos(n\omega\tau) + \dots$$

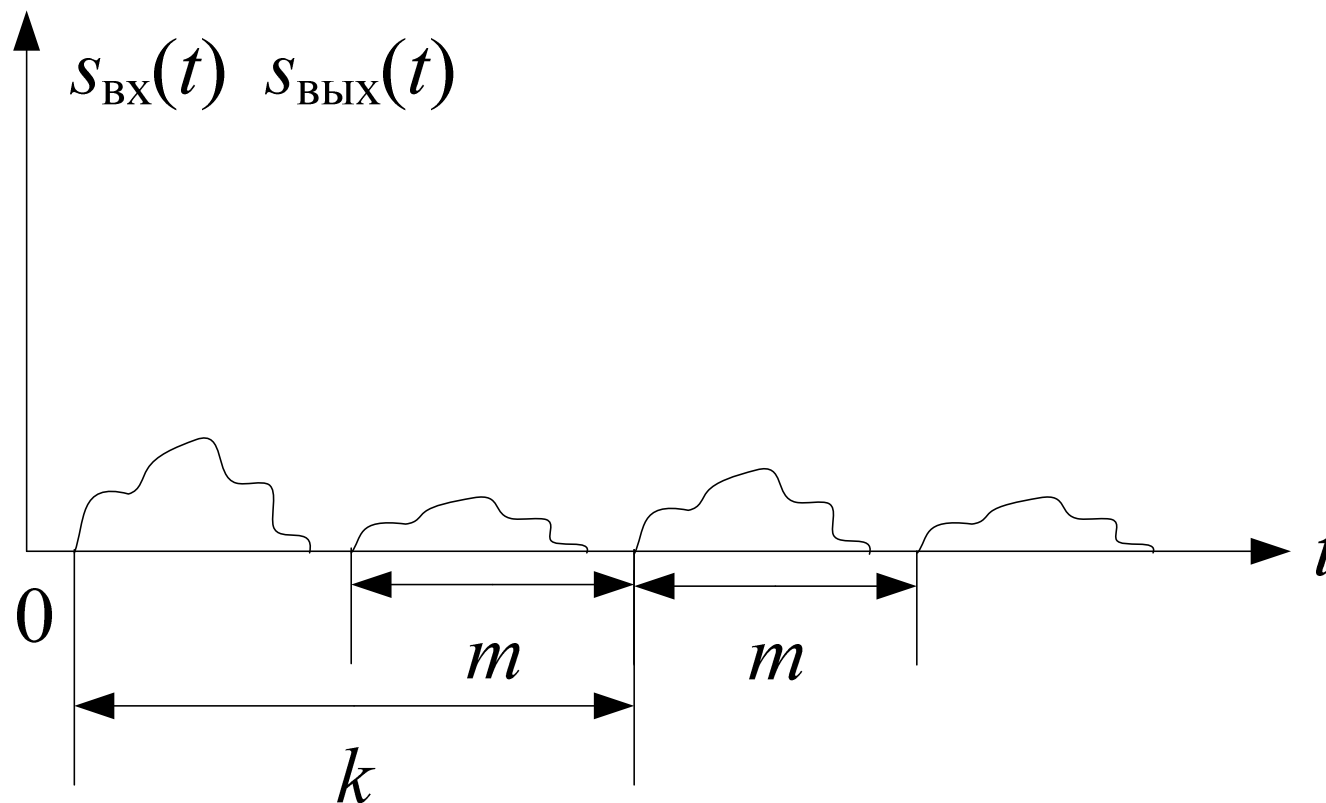
$$\varphi_k(\omega) = k\omega \pm 2\pi n$$

$$\begin{aligned} \dot{S}_{\text{ВЫХ}}(\omega) &= \dot{S}_{\text{ВХ}}(\omega)(H_0 + H_n \cos n\omega\tau) \exp(-jk\omega) = \\ &= \dot{S}_{\text{ВХ}}(\omega)(H_0 + H_n \cos m\omega) \exp(-jk\omega) \end{aligned}$$

$$s_{\text{ВЫХ}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_{\text{ВХ}}(\omega)(H_0 + H_n \cos n\omega\tau) \exp(j\omega(t-k)) d\omega$$

$$s_{\text{ВЫХ}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_{\text{ВХ}}(\omega) H_0 \exp(j\omega(t-k)) d\omega +$$

$$+ \frac{H_n}{4\pi} \left[\int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_{\text{ВХ}}(\omega) \exp(j\omega(t-k+m)) d\omega + \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_{\text{ВХ}}(\omega) \exp(j\omega(t-k-m)) d\omega \right]$$



Сигнал на входе и выходе канала передачи с амплитудно-частотными искажениями.

$$\varphi_K(-\omega) = -\varphi_K(\omega)$$

Разложение фазо-частотной характеристики в ряд Фурье

$$\varphi_K(\omega) = k\omega + \varphi_{K1} \sin(\tau\omega) + \varphi_{K2} \sin(2\tau\omega) + \dots + \varphi_{Kn} \sin(n\tau\omega) + \dots$$

$$\varphi_K(\omega) = k\omega \pm \varphi_{Kn} \sin(m\omega)$$

$$t_{\text{Гр}}(\omega) = \frac{d\varphi_K(\omega)}{d\omega} = k + m\varphi_{Kn} \cos(m\omega)$$

$$\dot{S}_{\text{ВЫХ}}(\omega) = \dot{S}_{\text{ВХ}}(\omega) H_0 \exp(-j(k\omega + \varphi_{Kn} \sin(m\omega)))$$

$$s_{\text{ВЫХ}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_{\text{ВХ}}(\omega) H_0 \exp(-j(k\omega + \varphi_{Kn} \sin(m\omega))) \exp(j\omega(t-k)) d\omega$$

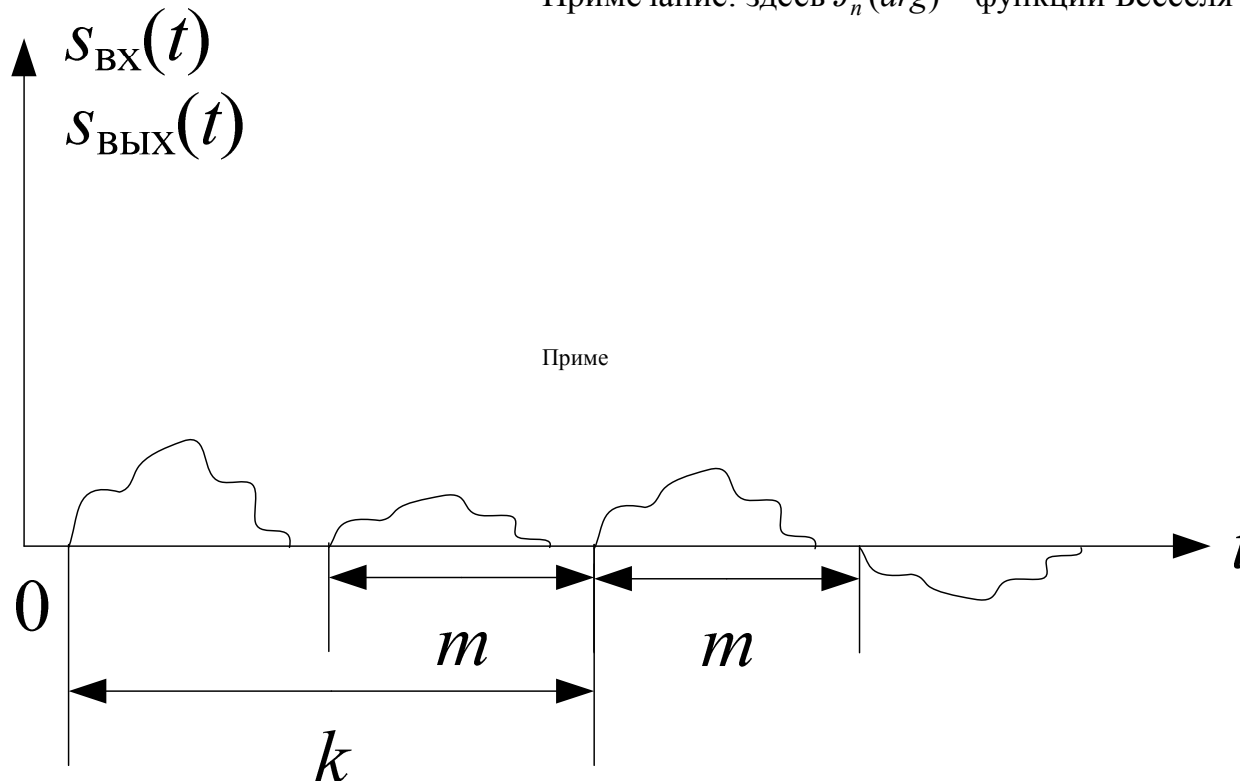
$$\exp(-j\varphi_{Kn} \sin(m\omega)) \cong J_0(\varphi_{Kn}) + J_1(\varphi_{Kn}) \exp(-jm\omega) - J_1(\varphi_{Kn}) \exp(jm\omega)$$

$$e^{-j\varphi_{Kn} \sin(m\omega)} \cong \frac{H_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_{\text{ВХ}}(\omega) e^{j\omega(t-k)} \left[J_0(\varphi_{Kn}) + J_1(\varphi_{Kn}) e^{-jm\omega} - J_1(\varphi_{Kn}) e^{jm\omega} \right]$$

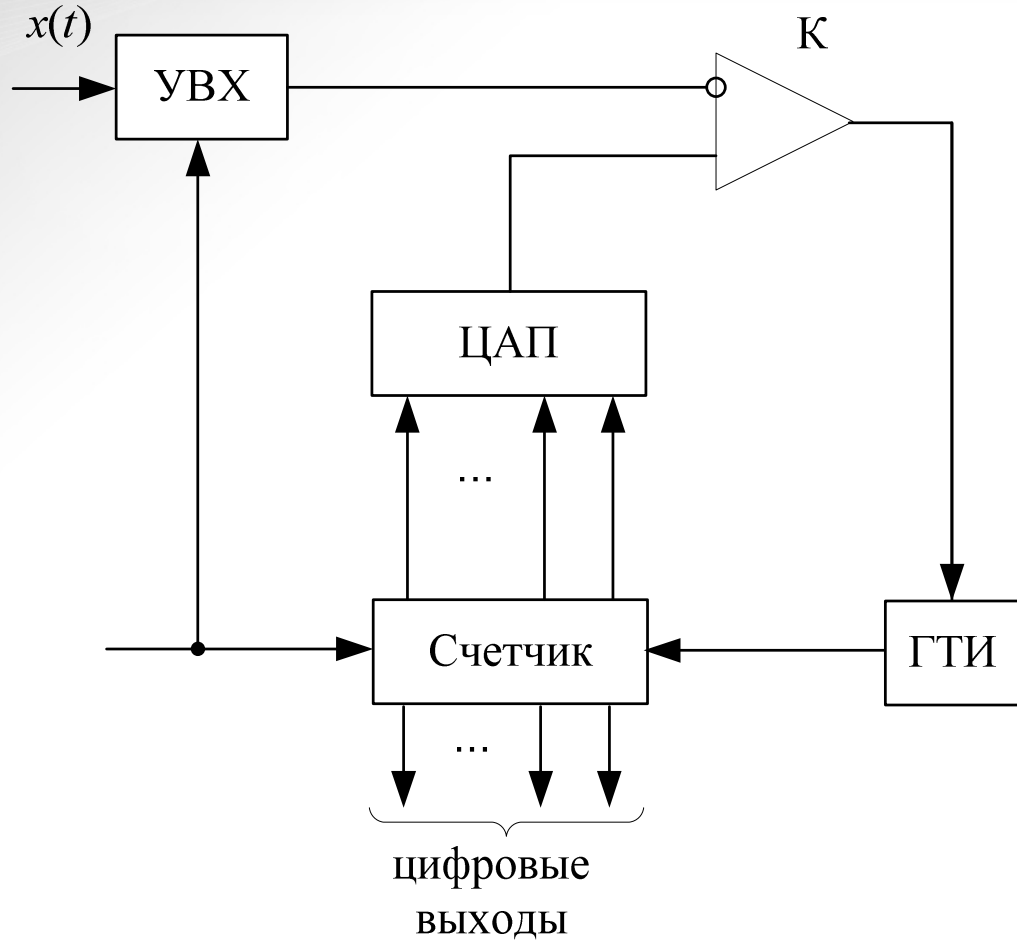
$$e^{-j\varphi_{kn} \sin(m\omega)} \cong \frac{H_0}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \dot{S}_{\text{ВХ}}(\omega) e^{j\omega(t-k)} \left[J_0(\varphi_{kn}) + J_1(\varphi_{kn}) e^{-jm\omega} - J_1(\varphi_{kn}) e^{jm\omega} \right] d\omega =$$

$$= A_0 J_0(\varphi_{kn}) s_{\text{ВХ}}(t-k) + A_0 J_1(\varphi_{kn}) s_{\text{ВХ}}(t-k-m) - A_0 J_1(\varphi_{kn}) s_{\text{ВХ}}(t-k+m)$$

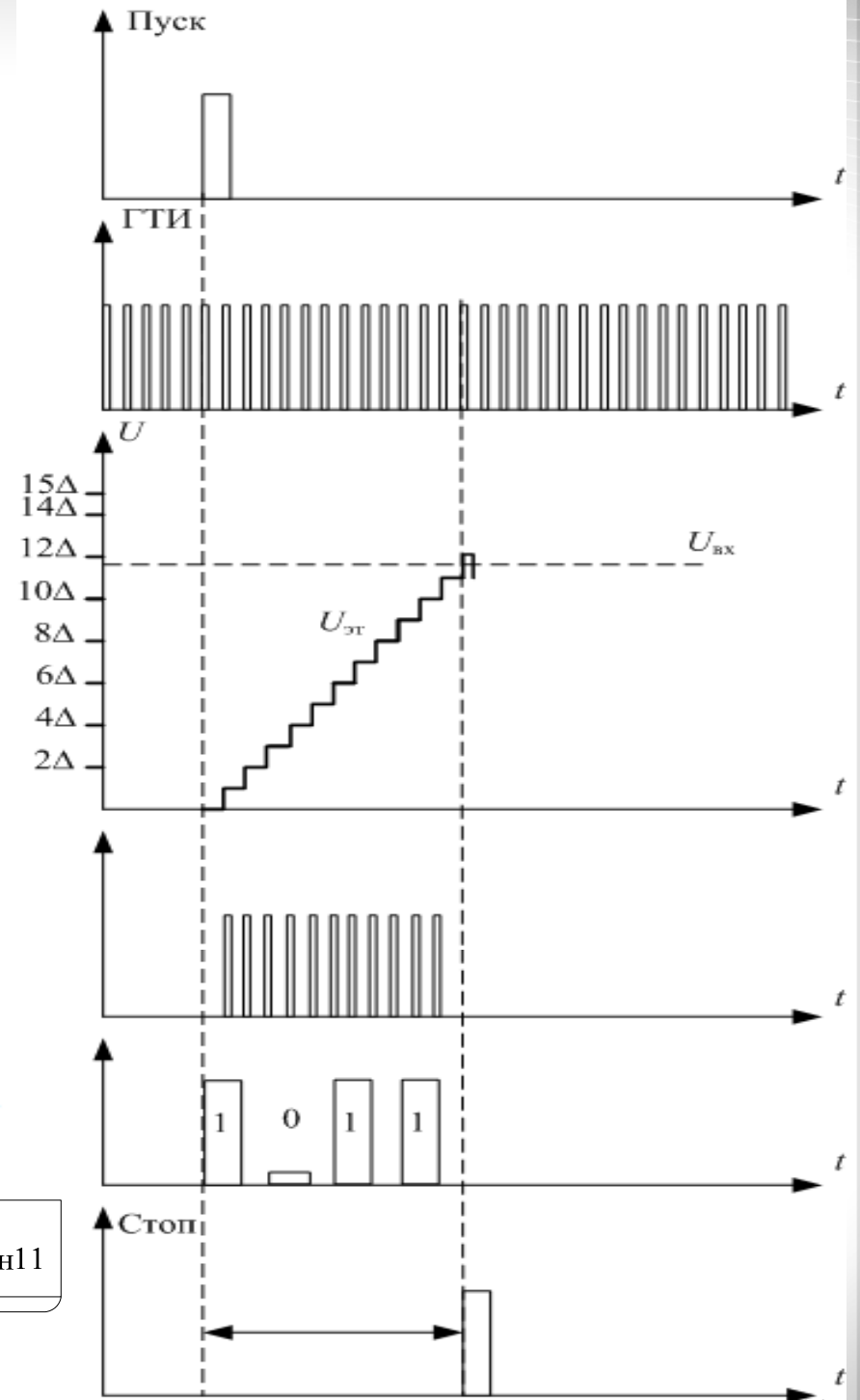
Примечание: здесь $J_n(\arg)$ – функции Бесселя n -го порядка



Сигнал на входе и выходе канала передачи с фазо-частотными искажениями.



$$D = u_a / u_{оп} = b_1 \cdot 2^{-1} + b_2 \cdot 2^{-2} + \dots + b_N \cdot 2^{-N}$$



$\tau_3 = R_3 \cdot C$ – время хранения заряда УВХ

$$R_3 = R_{\text{вых.ис}} + R_{\text{о.к.}};$$

$R_{\text{вых.ис}}$ – выходное сопротивление источника сигнала

$R_{\text{о.к.}}$ – сопротивление открытого ключа

$t_{\text{пр.мах}} = (2^N - 1) \cdot f_T^{-1} = \Delta t = \Delta t_{\text{min}}$ – максимальное значение времени преобразования

$f_T = \tau^{-1}$ – частота следования импульсов генератора тактовых импульсов

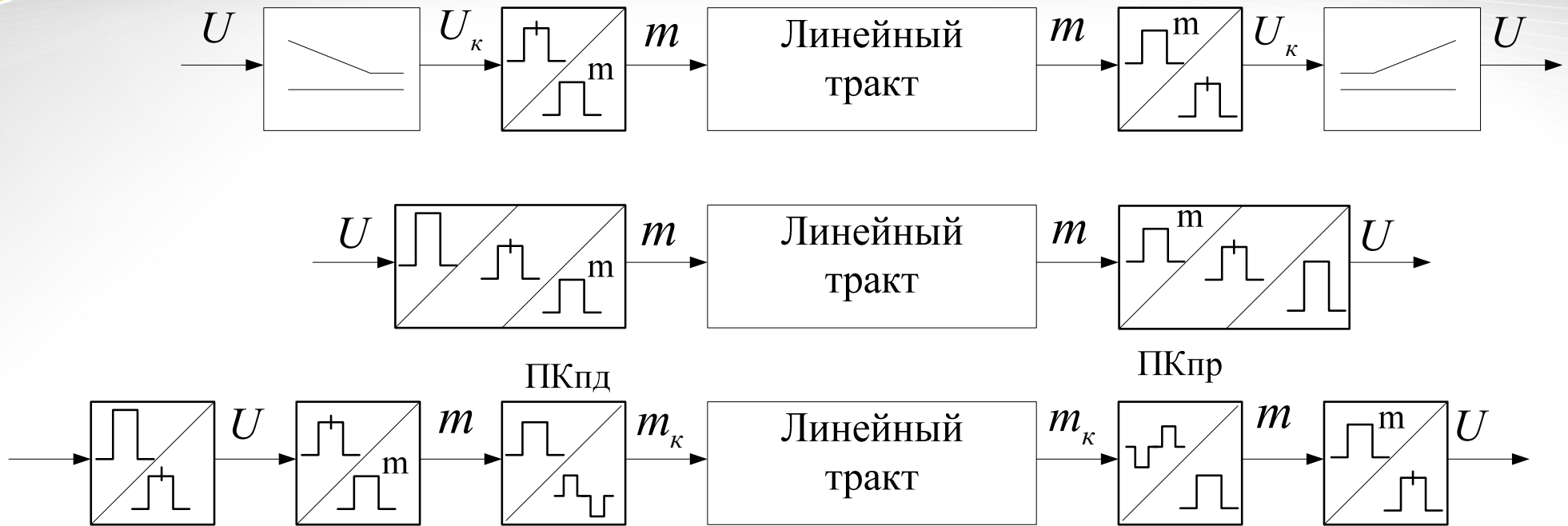
$$\tau \geq \tau_{\text{сч}} + \tau_{\text{цан}} + \tau_{\text{к}} + \tau_{\text{гми}}$$

$\tau_{\text{сч}}$ – время задержки распространения сигнала в двоичном счетчике

$\tau_{\text{цан}}$ – максимальное время установления ЦАП

$\tau_{\text{к}}$ – время задержки включения компаратора

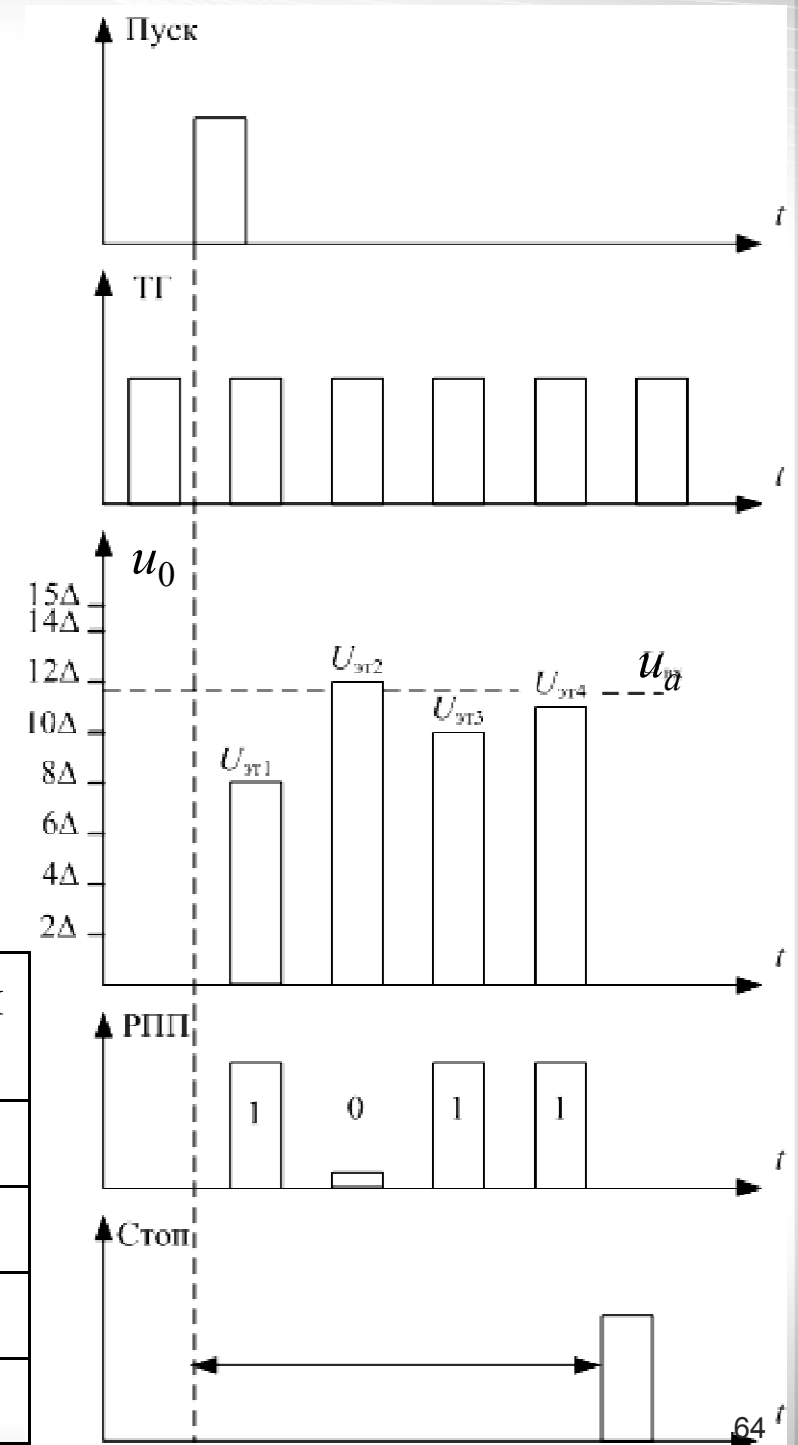
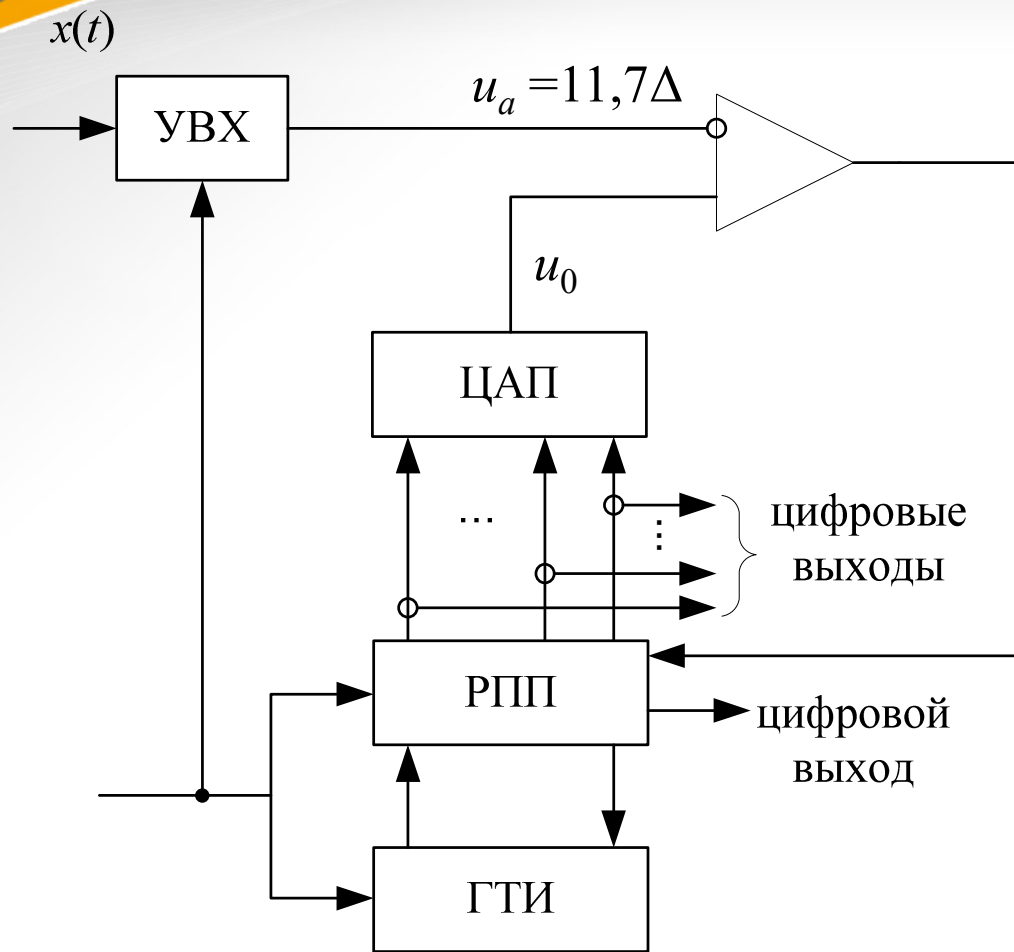
$\tau_{\text{гми}}$ – время переходного процесса в генераторе тактовых импульсов



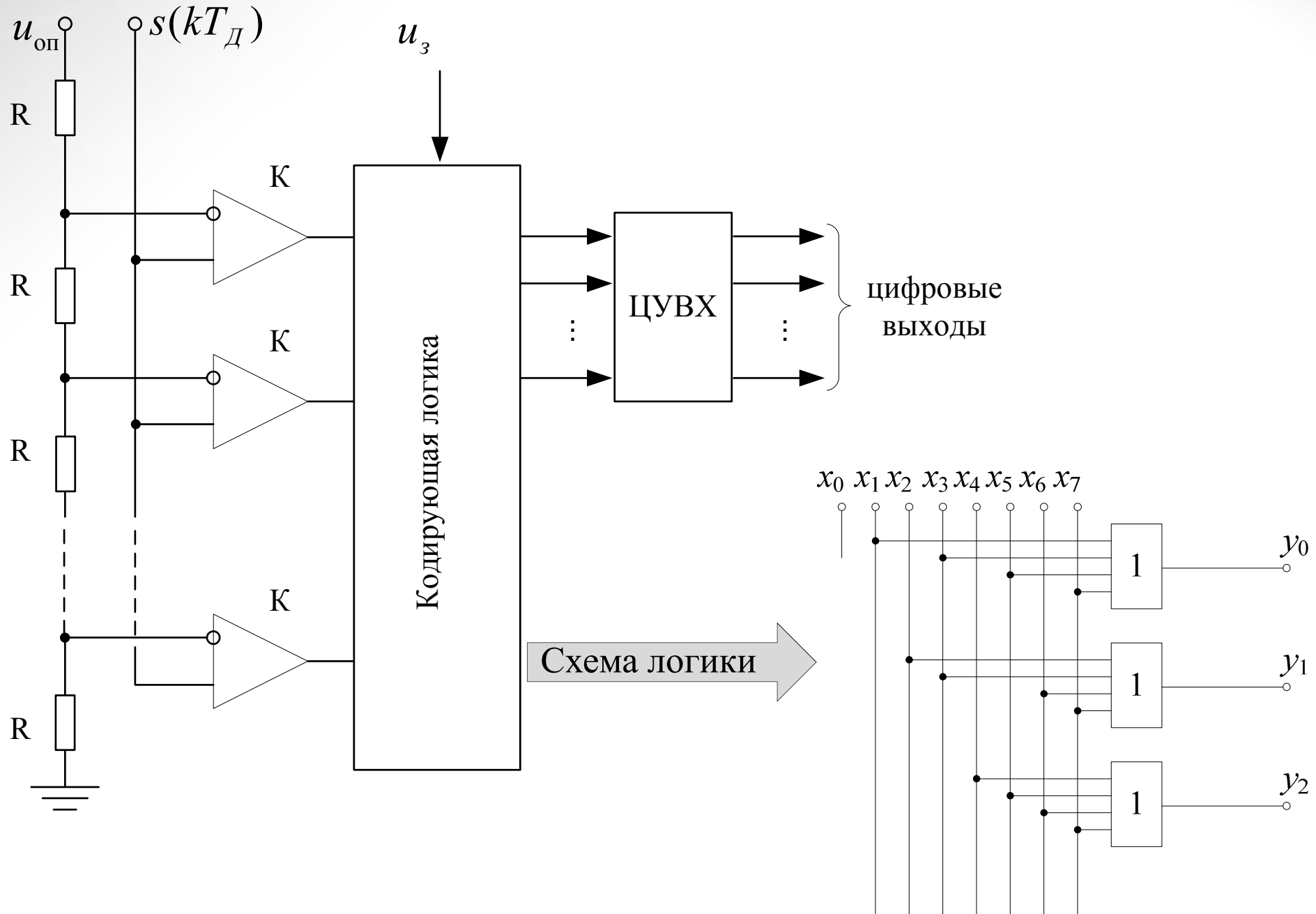
$$x = \frac{U}{U_{\max}} = \frac{U}{U_{\max}} = \frac{m}{m_{\max}} \quad y = \frac{U_k}{U_{k.\max}} = \frac{m}{m_{\max}} = \frac{m_k}{m_{k.\max}} \quad x, y \in [0, 1]$$

Недостатки 1 схемы компрессирования:

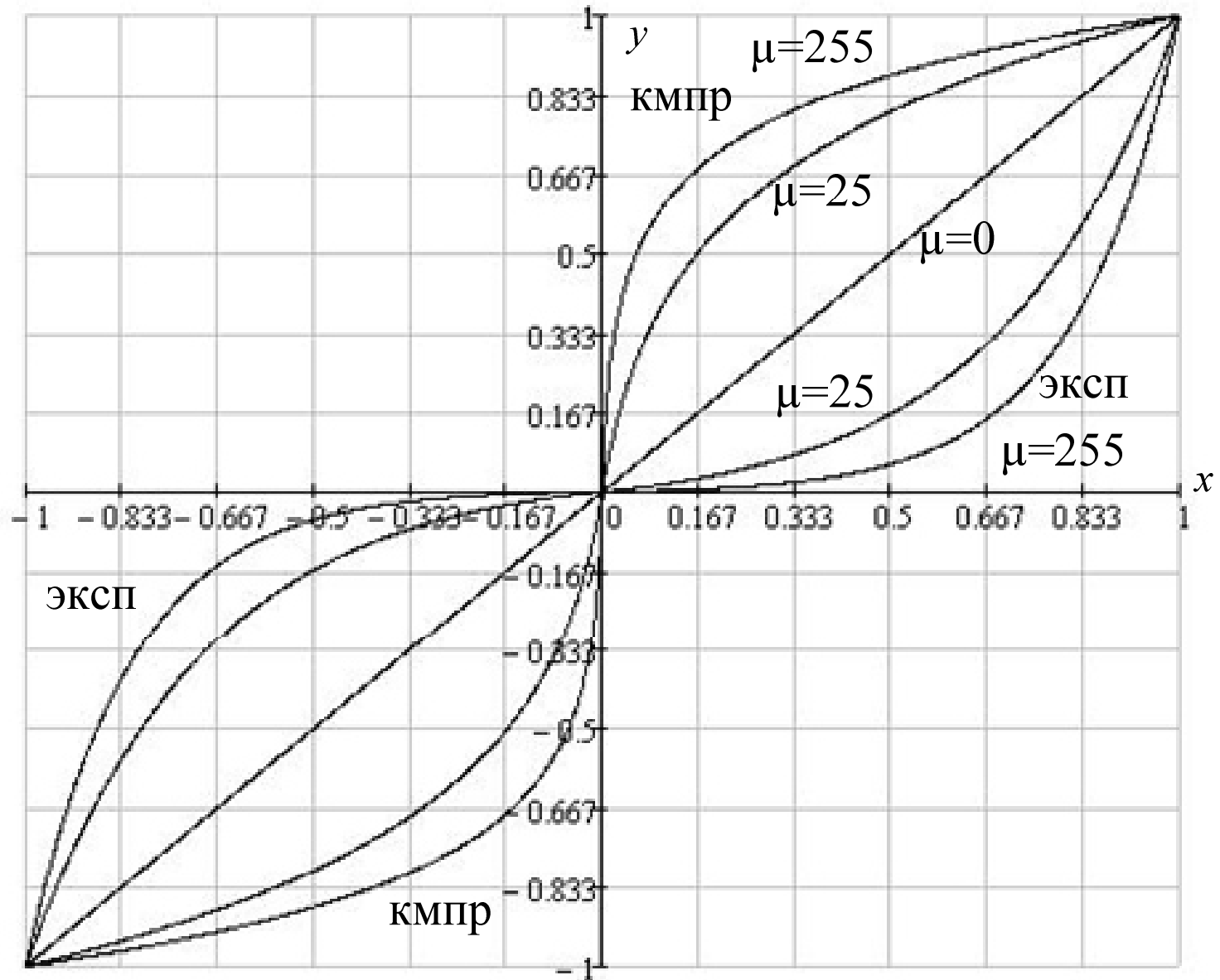
1. Работа НФП сопровождается расширением спектра кодируемого сигнала, что требует увеличения выбранного значения частоты дискретизации, иначе в канале возникают существенные нелинейные искажения.
2. Достаточно сложной задачей является сопряжение амплитудных характеристик компрессора и экспандера, а ошибки в сопряжении также приводят к появлению нелинейных искажений в канале.



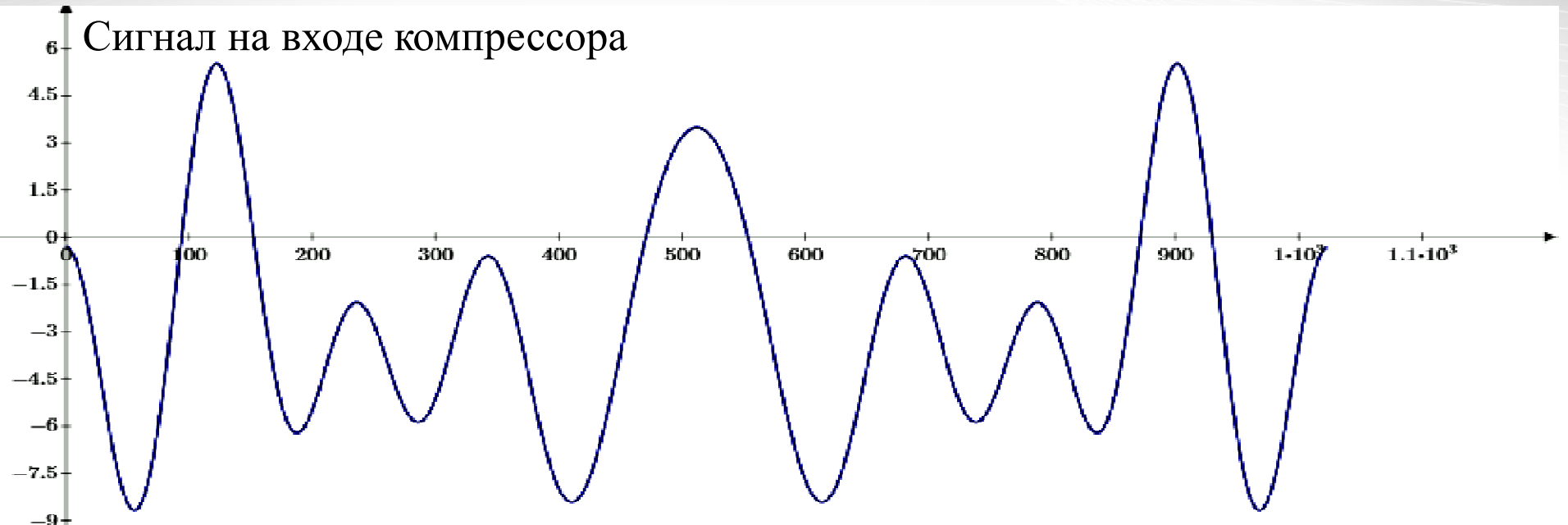
№ такта	Значение кода	$u_a \geq u_0$	Эквивалент кода, Δ	Выходной код
1	1000	да	8	1000
2	1100	нет	12	1000
3	1010	да	10	1010
4	1011	да	11	1011



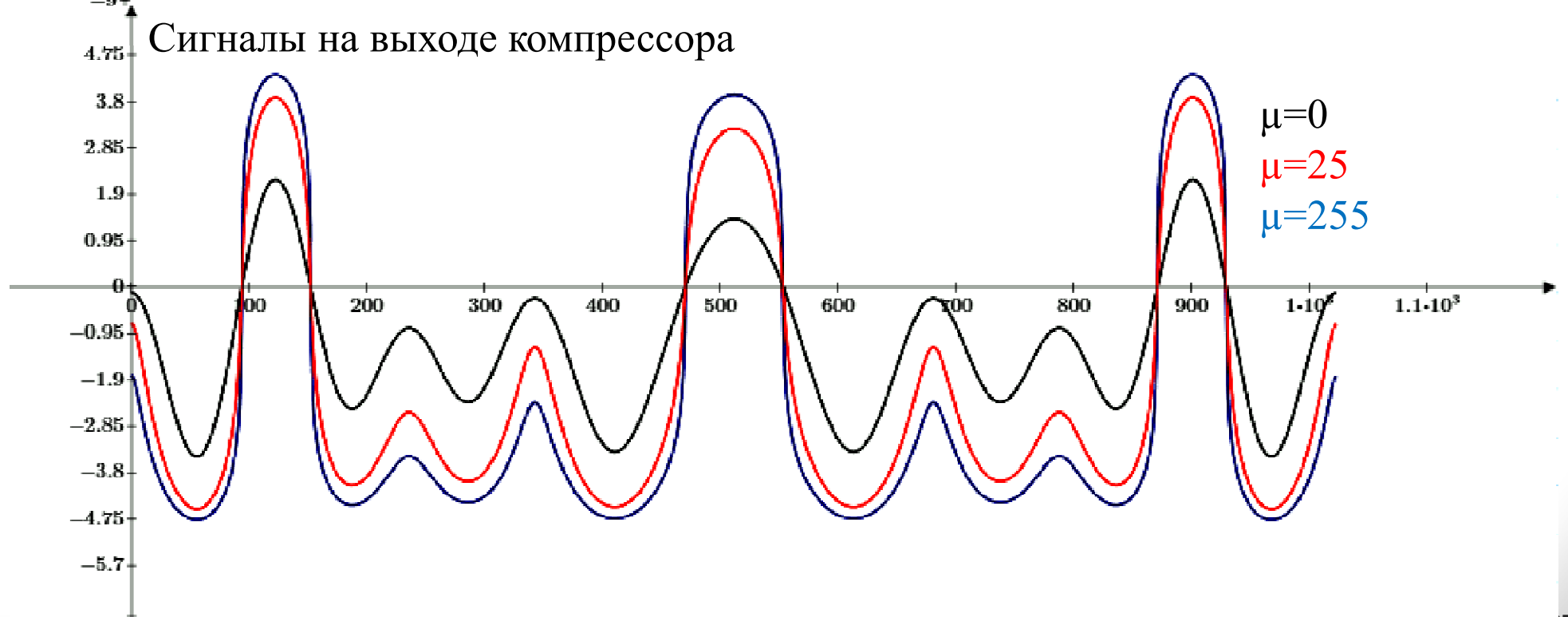
$$U_{\text{ВЫХ К}}(U_{\text{ВХ К}}) \cdot U_{\text{ВЫХ Э}}(U_{\text{ВХ Э}}) = 1$$



Сигнал на входе компрессора



Сигналы на выходе компрессора



Определим зависимость $U_{\text{ВЫХ}} = f(U_{\text{ВХ}})$ или $y = f(x)$ для которой $\xi_{\text{КВ}} \rightarrow \min$

Для оси y : $\Delta = \text{const} = M^{-1}$; для оси x : $\Delta_{\text{Н}} = \Delta \frac{dU_{\text{ВХ}}}{dU_{\text{ВЫХ}}}$

$\frac{P_c}{\xi_{\text{КВ}}} = 12 \frac{U_{\text{ВХ}}^2}{\Delta_{\text{Н}}^2} \rightarrow \text{const}$, если шаг квантования линейно возрастает с увеличением $U_{\text{ВХ}}$

$$\frac{U_{\text{ВХ}}}{\Delta_{\text{Н}}} = \frac{U_{\text{ВХ}}}{\Delta} \frac{dU_{\text{ВЫХ}}}{dU_{\text{ВХ}}} \Rightarrow U_{\text{ВЫХ}} = c \cdot \ln(\mu U_{\text{ВХ}})$$

c, μ — постоянные интегрирования

$$U_{\text{ВЫХ}} = U_{\text{ВЫХ МАКС}} \frac{\ln\left(1 + \mu \left| \frac{U_{\text{ВХ}}}{U_{\text{ВХ МАКС}}} \right| \right)}{\ln(1 + \mu)} \quad y = \frac{\ln(1 + \mu|x|)}{\ln(1 + \mu)}$$

$$\frac{\Delta_{\text{МАКС}}}{\Delta_{\text{МИН}}} = \frac{\frac{\Delta}{\left(\frac{dU_{\text{ВЫХ}}}{dU_{\text{ВХ}}}\right)_{\text{МИН}}}}{\frac{\Delta}{\left(\frac{dU_{\text{ВЫХ}}}{dU_{\text{ВХ}}}\right)_{\text{МАКС}}}} = \frac{\left(\frac{dU_{\text{ВЫХ}}}{dU_{\text{ВХ}}}\right)_{\text{МАКС}}}{\left(\frac{dU_{\text{ВЫХ}}}{dU_{\text{ВХ}}}\right)_{\text{МИН}}} = \frac{\left(\frac{dU_{\text{ВЫХ}}}{dU_{\text{ВХ}}}\right)_{U_{\text{ВХ}}=0}}{\left(\frac{dU_{\text{ВЫХ}}}{dU_{\text{ВХ}}}\right)_{U_{\text{ВХ}}=U_{\text{огр}}}} = 1 + \mu$$

Характеристика экспандера $U_{\text{ВЫХ } \Theta} = (1 + \mu)^{|U_{\text{ВХ}} / U_{\text{ВХ макс}}|}$

Для $\mu \gg 1$ обозначим $\mu = e \cdot A$

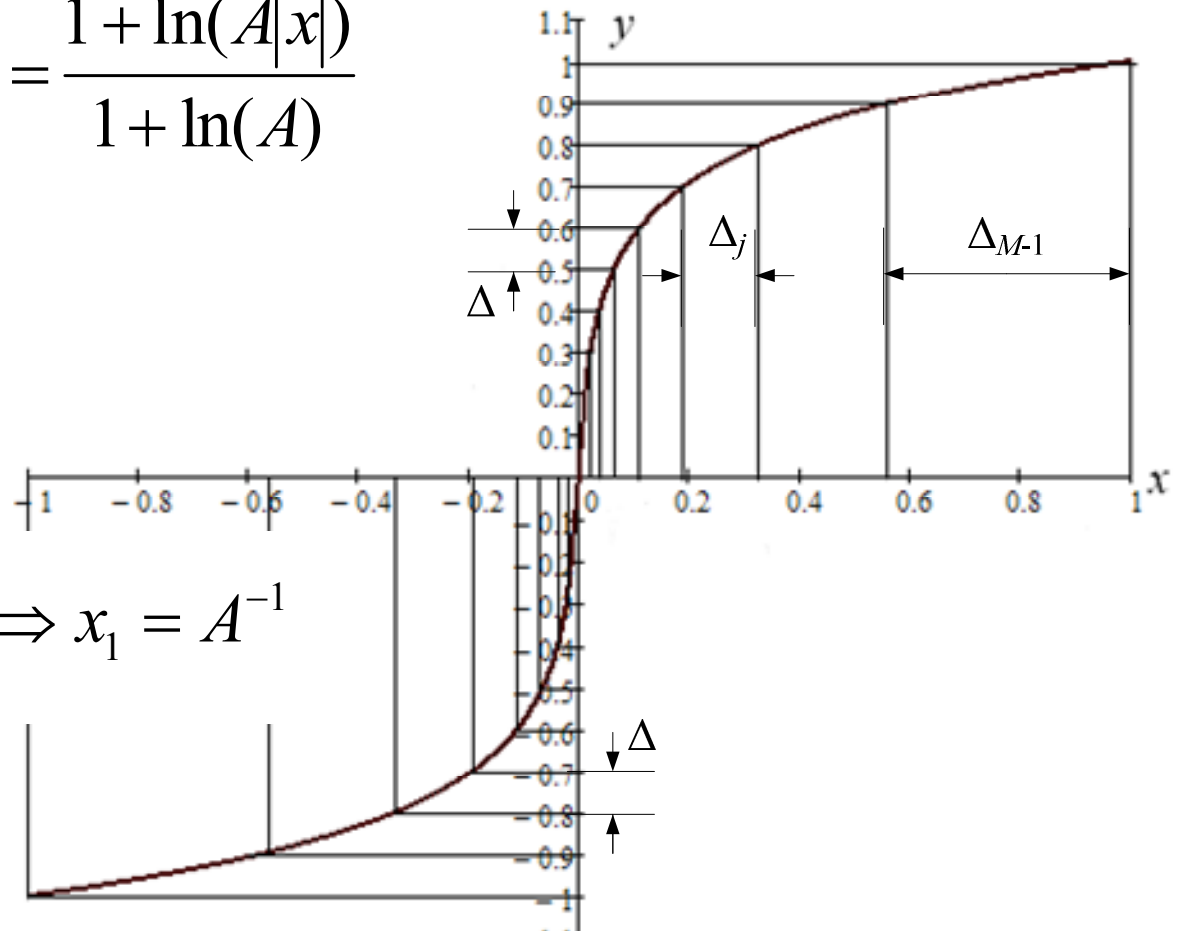
$$y = \frac{\ln(1 + eA|x|)}{\ln(1 + eA)} = \frac{\ln e + \ln(A|x|)}{\ln e + \ln(A)} = \frac{1 + \ln(A|x|)}{1 + \ln(A)}$$

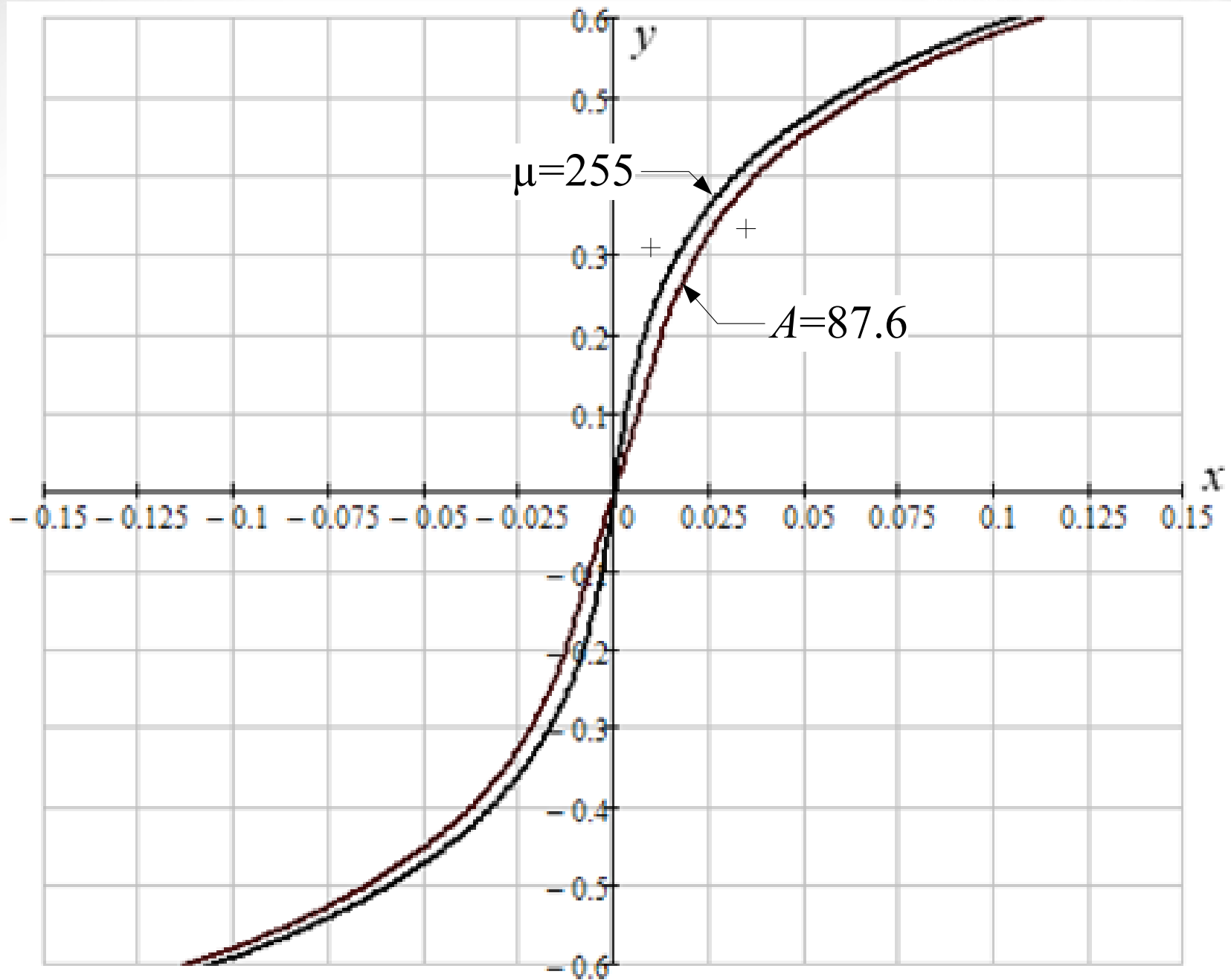
$$y(x_1) = Bx_1 = \frac{1 + \ln(Ax_1)}{1 + \ln(A)}$$

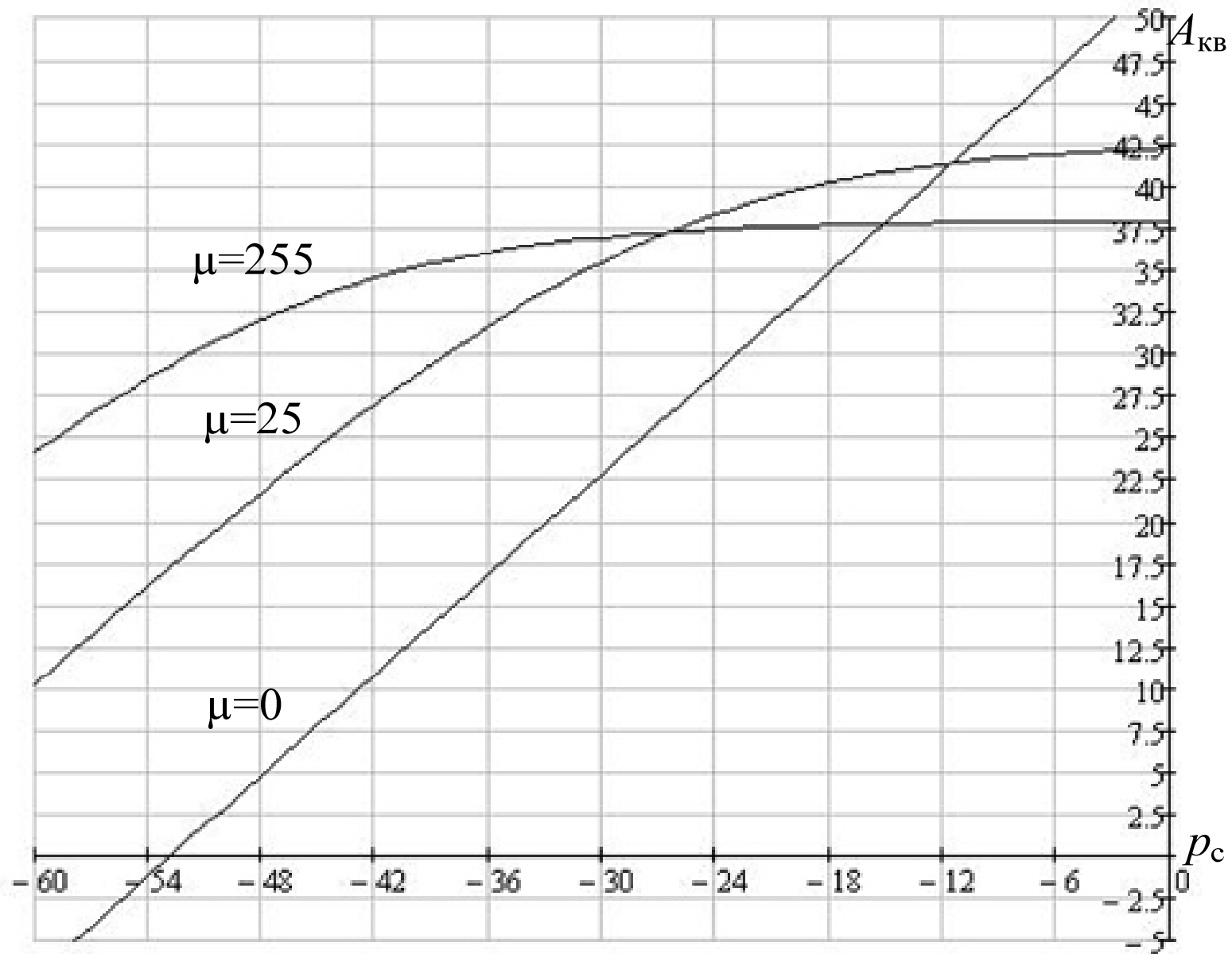
$$\frac{dy}{dx_1} = B = \frac{A / Ax_1}{1 + \ln(A)} = \frac{1 / x_1}{1 + \ln(A)}$$

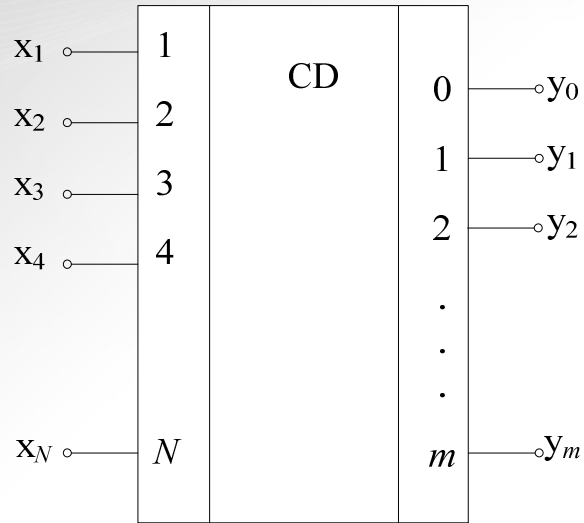
$$y(x_1) = \frac{1}{1 + \ln(A)} = \frac{1 + \ln(Ax_1)}{1 + \ln(A)} \Rightarrow x_1 = A^{-1}$$

$$y(x) = \begin{cases} \frac{A|x|}{1 + \ln(A)} & |x| \leq 1/A \\ \frac{\ln e + \ln(A|x|)}{\ln e + \ln(A)} & 1/A \leq |x| \leq 1 \end{cases}$$



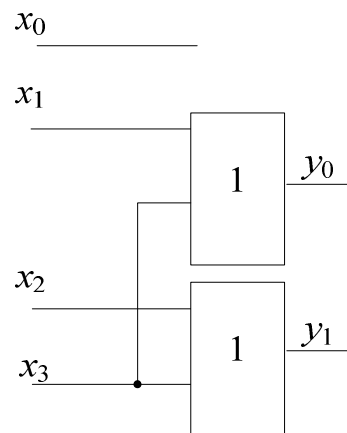






Шифратор CD – устройство, содержащее $N=2^m$ входов и $m=\log_2(N)$ выходов, выполняющее функцию, обратную функции DC: преобразование унитарного кода в m -разрядную кодовую комбинацию номера возбужденной входной линии.

Приоритетный шифратор определяет номер более приоритетного претендента на пользование ресурсом



$$y_0 = x_1 \vee x_3$$

$$y_1 = x_2 \vee x_3$$

EI	R_7	R_6	R_5	R_4	R_3	R_2	R_1	R_0	y_2	y_1	y_0	G	EO
1	1	X	X	X	X	X	X	X	1	1	1	1	0
1	0	1	X	X	X	X	X	X	1	1	0	1	0
1	0	0	1	X	X	X	X	X	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	X	X	X	X	1	0	0	1	0
1	0	0	0	0	1	X	X	X	0	1	1	1	0
1	0	0	0	0	0	1	X	X	0	1	0	1	0
1	0	0	0	0	0	0	1	X	0	0	1	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	1	0
1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	X	X	X	X	X	X	X	X	0	0	0	0	0

R – request; $E1$ – сигнал разрешения работы CD, $E0$ – сигнал разрешения работы следующего (младшего) CD, в случае многокаскадного CD при отсутствии возбуждения входных линий; G – сигнал наличия запросов на входе шифратора

$$y_0 = (R_7 \vee \bar{R}_7 \bar{R}_6 R_5 \vee \bar{R}_7 \bar{R}_6 \bar{R}_5 \bar{R}_4 R_3 \vee \bar{R}_7 \bar{R}_6 \bar{R}_5 \bar{R}_4 \bar{R}_3 \bar{R}_2 R_1) E1$$

$$y_1 = (R_7 \vee \bar{R}_7 R_6 \vee \bar{R}_7 \bar{R}_6 \bar{R}_5 \bar{R}_4 R_3 \vee \bar{R}_7 \bar{R}_6 \bar{R}_5 \bar{R}_4 \bar{R}_3 \bar{R}_2) E1$$

$$y_2 = (R_7 \vee \bar{R}_7 R_6 \vee \bar{R}_7 \bar{R}_6 R_5 \vee \bar{R}_7 \bar{R}_6 \bar{R}_5 R_4) E1$$

$$E0 = \bar{R}_7 \bar{R}_6 \bar{R}_5 \bar{R}_4 \bar{R}_3 \bar{R}_2 \bar{R}_1 \bar{R}_0 E1$$

$$G_7 = (R_7 \vee R_6 \vee R_5 \vee R_4 \vee R_3 \vee R_2 \vee R_1 \vee R_0) E1$$

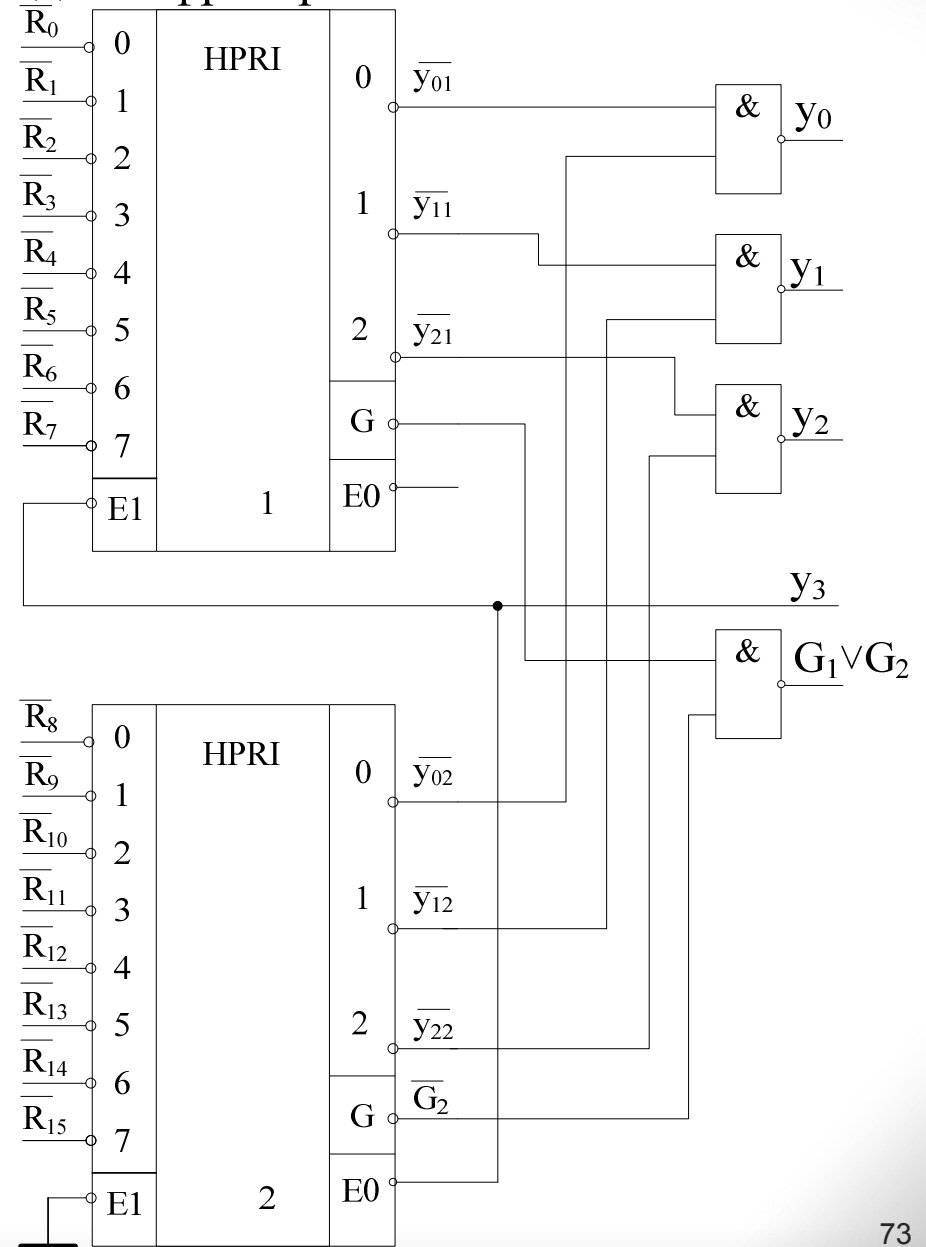
Используя алгебру логики, получаем:

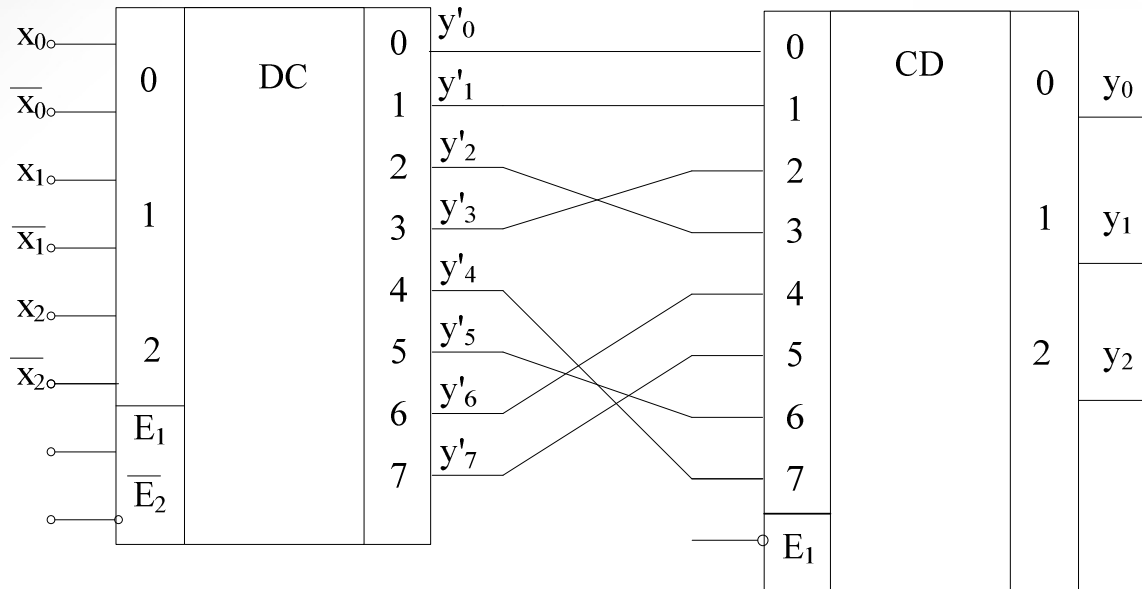
$$y_0 = (R_7 \vee \bar{R}_6 R_5 \vee \bar{R}_6 \bar{R}_5 R_3 \vee \bar{R}_6 \bar{R}_4 \bar{R}_2 R_1) E1$$

$$y_1 = (R_7 \vee R_6 \vee \bar{R}_5 \bar{R}_4 R_3 \vee \bar{R}_5 \bar{R}_4 \bar{R}_2) E1$$

$$y_2 = (R_7 \vee R_6 \vee R_5 \vee R_4) E1$$

Схема наращивания размерности приоритетного шифратора





x_2	x_1	x_0	y_2	y_1	y_0
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0
0	1	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	1
1	0	1	1	1	0
1	0	0	1	1	1

$$X = (x_{m-1}, x_{m-2} \dots x_1, x_0) \qquad Y = (y_{m-1}, y_{m-2} \dots y_1, y_0)$$

$$P = X \times Y = X \times (y_{m-1}2^{m-1} + \dots + y_12^1 + y_02^0) = \sum_{k=0}^{m-1} X \times y_k 2^k = \sum_{k=0}^{m-1} P_k$$

$$\begin{array}{r} \underline{2^7 \ 2^6 \ 2^5 \ 2^4 \ 2^3 \ 2^2 \ 2^1 \ 2^0} \\ \times \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \end{array} = X = 13_{10}$$

$$\begin{array}{r} \underline{1 \ 0 \ 1 \ 1} \\ \end{array} = Y = 11_{10}$$

$$+ \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 = P_0 = 13$$

$$+ \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 = P_1 = 26$$

$$+ \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 = P_2 = 0$$

$$\underline{1 \ 1 \ 0 \ 1} = P_3 = 104$$

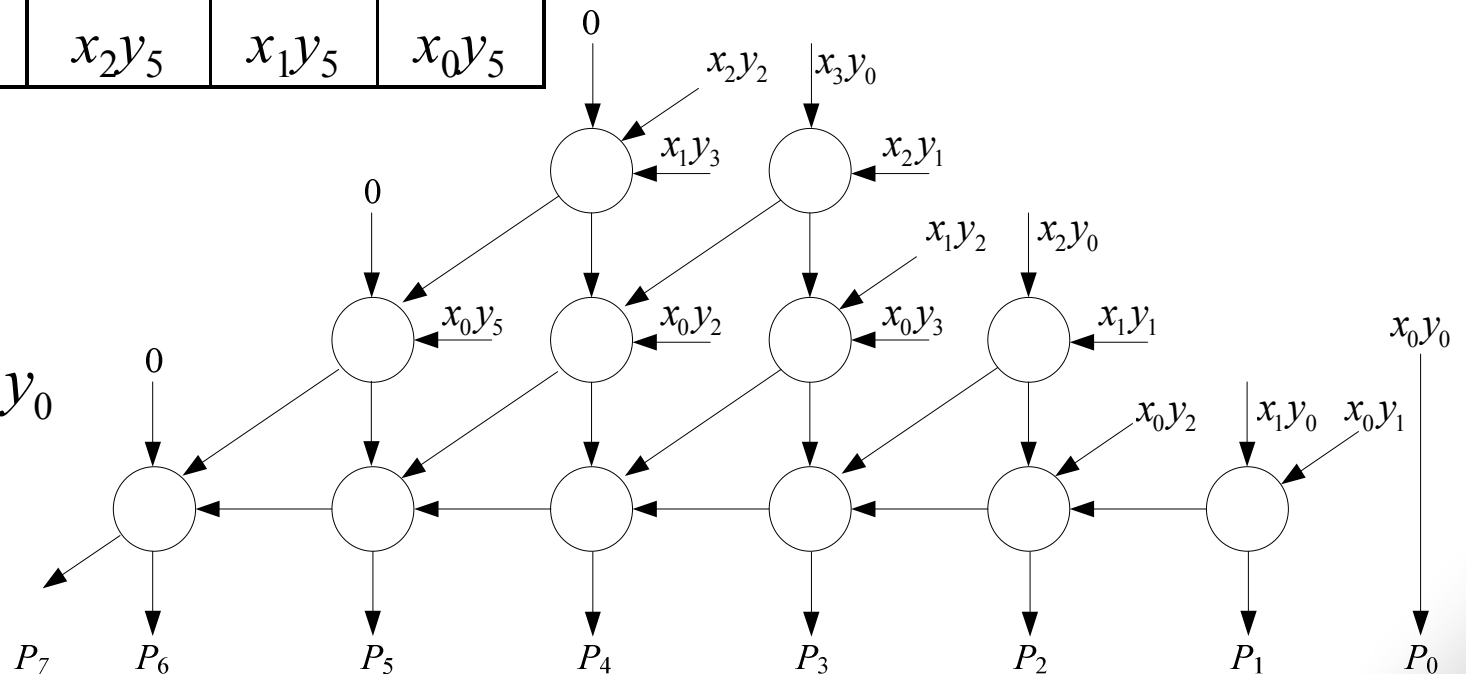
$$1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 = P = 143$$

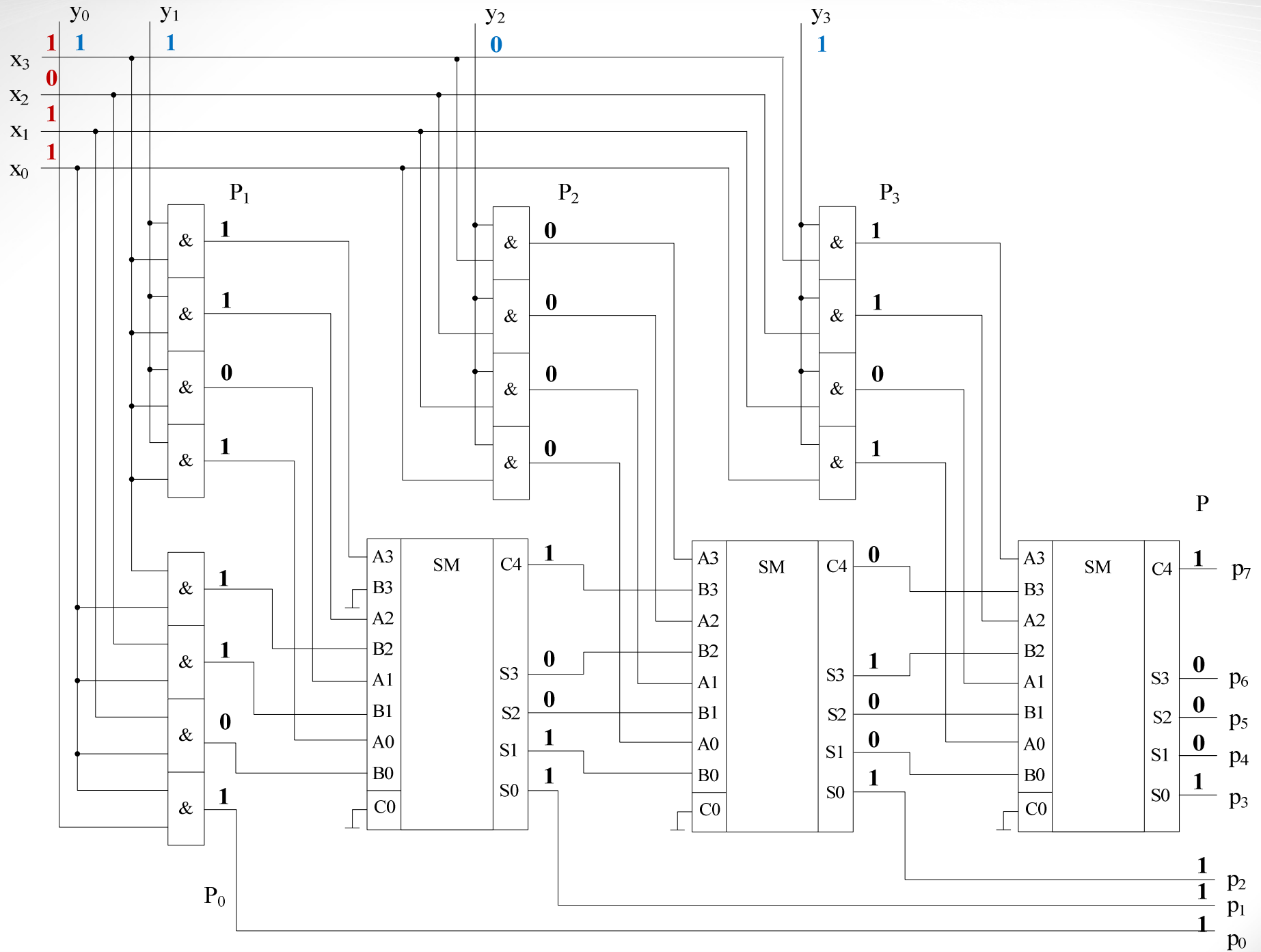
$$p_7 \ p_6 \ p_5 \ p_4 \ p_3 \ p_2 \ p_1 \ p_0 = P$$

Y	X					
	x_5	x_4	x_3	x_2	x_1	x_0
y_0	x_5y_0	x_4y_0	x_3y_0	x_2y_0	x_1y_0	x_0y_0
y_1	x_5y_1	x_4y_1	x_3y_1	x_2y_1	x_1y_1	x_0y_1
y_2	x_5y_2	x_4y_2	x_3y_2	x_2y_2	x_1y_2	x_0y_2
y_3	x_5y_3	x_4y_3	x_3y_3	x_2y_3	x_1y_3	x_0y_3
y_4	x_5y_4	x_4y_4	x_3y_4	x_2y_4	x_1y_4	x_0y_4
y_5	x_5y_5	x_4y_5	x_3y_5	x_2y_5	x_1y_5	x_0y_5

$$\begin{array}{r}
 \times \quad x_5 \quad x_4 \quad x_3 \quad x_2 \quad x_1 \quad x_0 \\
 y_5 \quad y_4 \quad y_3 \quad y_2 \quad y_1 \quad y_0 \\
 \hline
 + \quad x_5y_0 \quad x_4y_0 \quad x_3y_0 \quad x_2y_0 \quad x_1y_0 \quad x_0y_0 \\
 \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad \dots \\
 \quad \quad \quad x_5y_5 \quad x_4y_5 \quad x_3y_5 \quad x_2y_5 \quad x_1y_5 \quad x_0y_5 \\
 \hline
 C_{11} \quad C_{10} \quad \dots \quad \dots \quad \dots \quad C_2 \quad C_1 \quad C_0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \dots \left| \begin{array}{l} x_2y_0 \\ + x_1y_1 \\ x_0y_2 \end{array} \right| + x_1y_0 \left| \begin{array}{l} x_0y_0 \\ x_0y_1 \end{array} \right| \\
 \dots \\
 \dots
 \end{array}$$

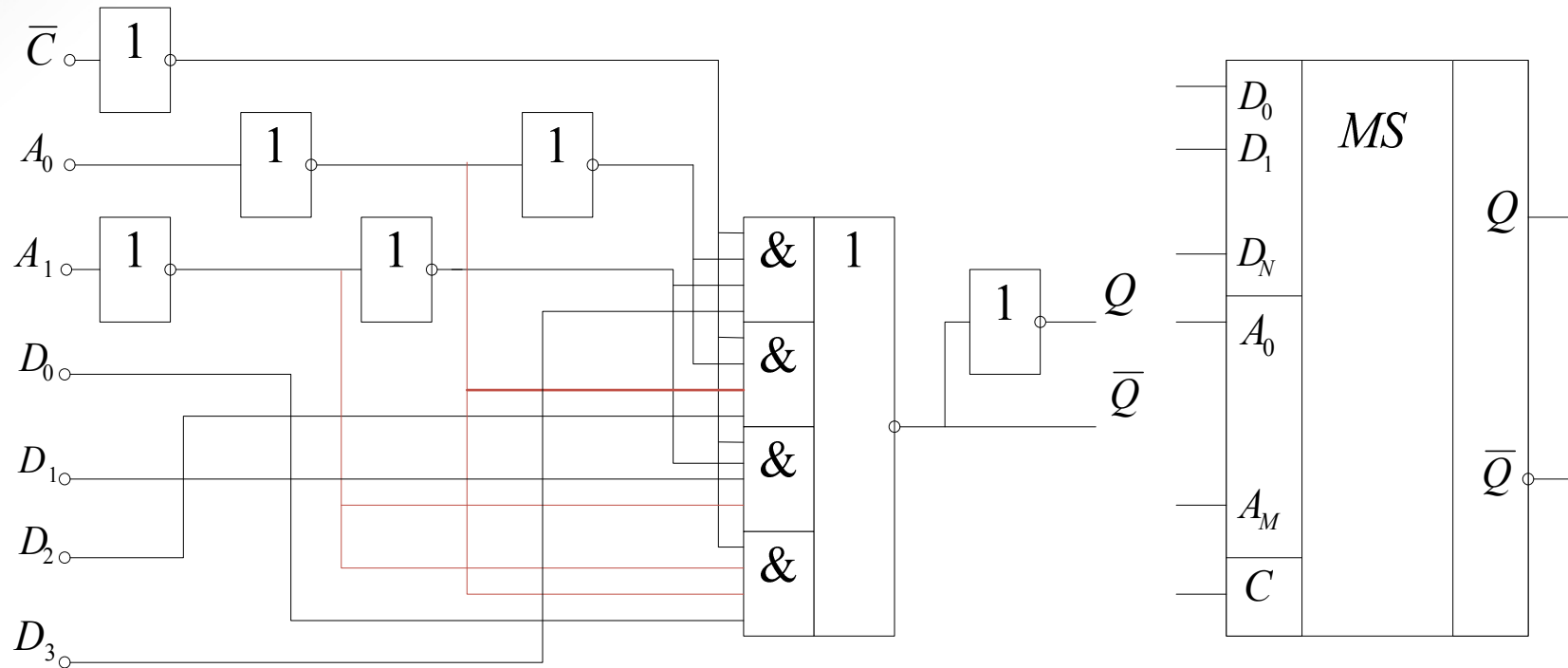


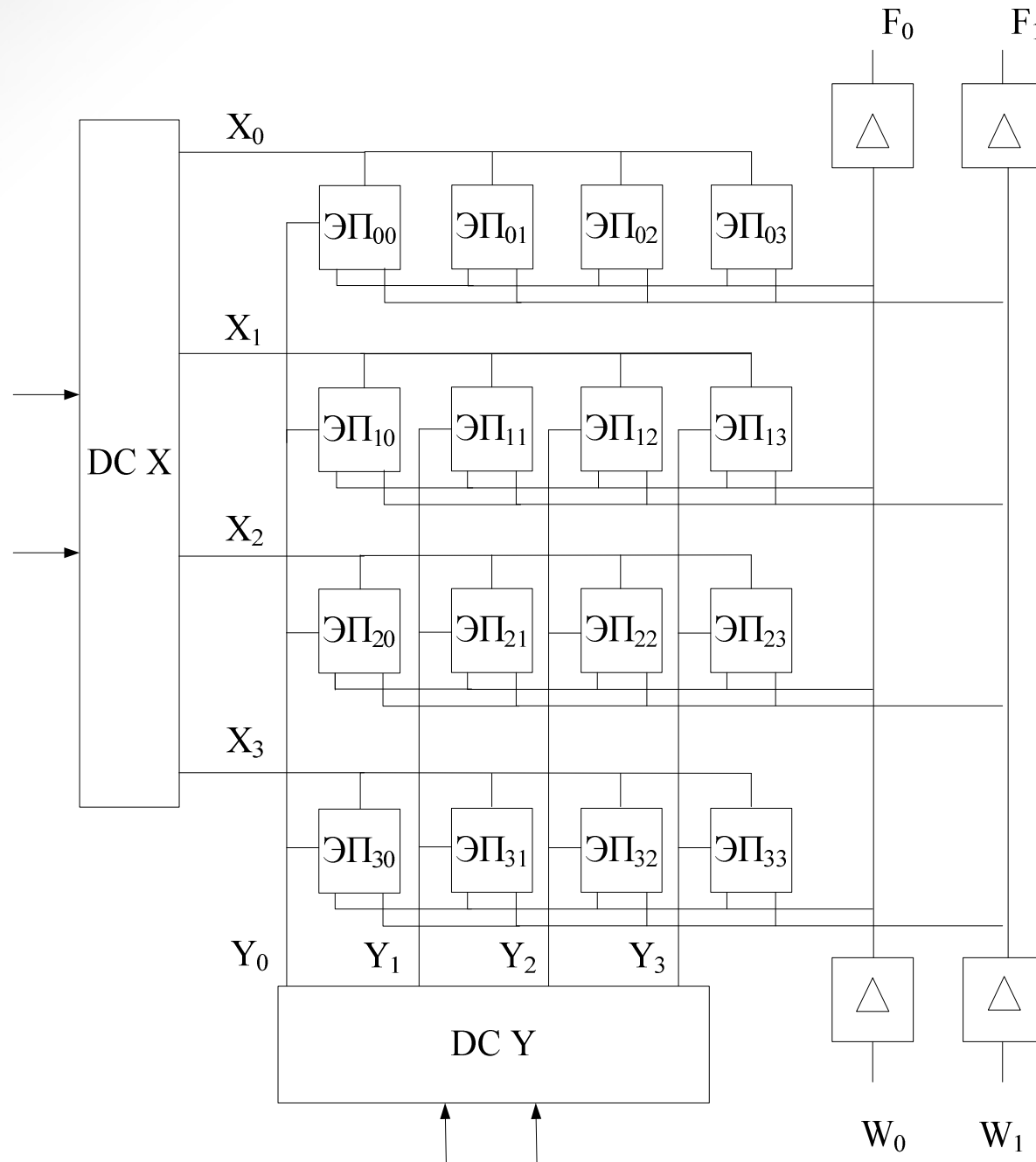


$$P_k = X \times y_k 2^k = X \times (y_{k+1} 2^{k+1} - 2y_{k-1} 2^{k-1})$$

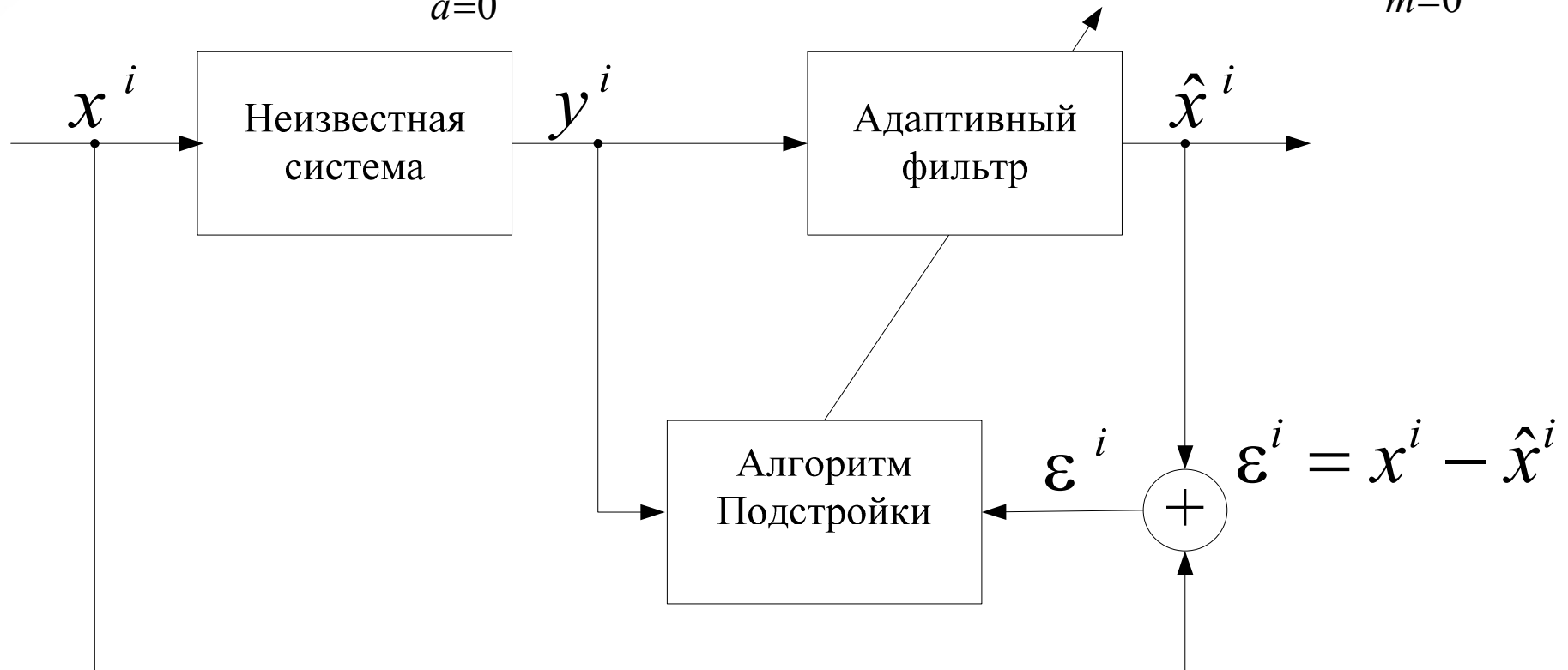
Таким образом можно исключить либо чётные, либо нечётные разряды из частичных произведений P_k

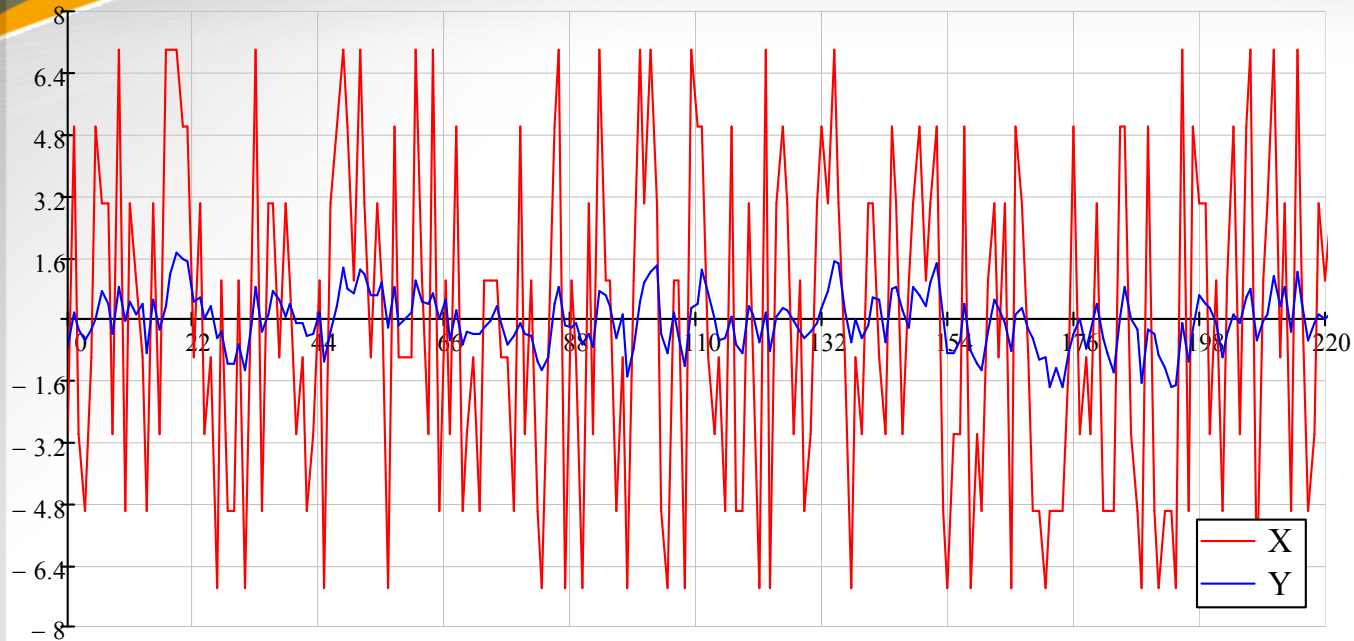
$$\begin{array}{r}
 \underline{2^7 \ 2^6 \ 2^5 \ 2^4 \ 2^3 \ 2^2 \ 2^1 \ 2^0} \\
 \times \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \quad = X = 13_{10} \\
 \underline{ \ 1 \ 0 \ 1 \ 1} \quad = Y = 11_{10} \\
 + \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \quad = P_0 = 13 \\
 + \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \quad = P_1 = 26 \\
 + \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \quad = P_2 = 0 \\
 \underline{1 \ 1 \ 0 \ 1} \quad = P_3 = 104 \\
 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \quad = P = 143 \\
 p_7 \ p_6 \ p_5 \ p_4 \ p_3 \ p_2 \ p_1 \ p_0 = P
 \end{array}$$



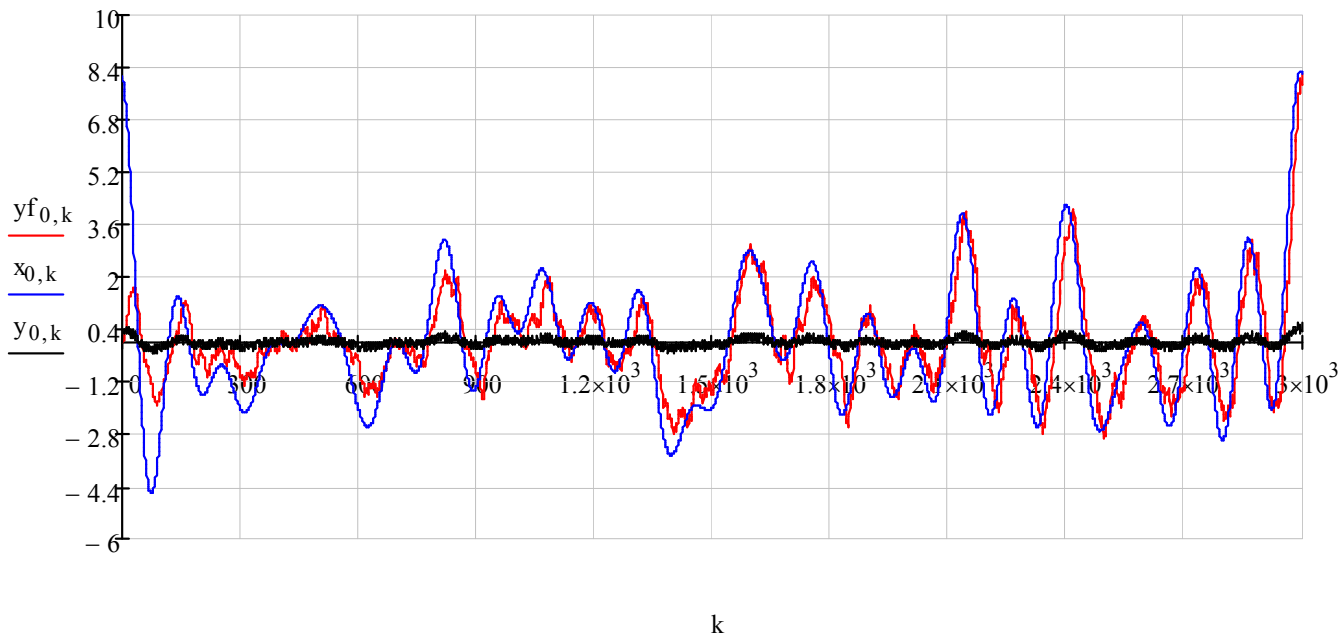


$$y^i = h^a * x^i + n^i = \sum_{a=0}^{A-1} h^a x^{i-a} + n^i \quad \hat{x}^i = k_{\text{а.ф.}}^m \otimes y^i = \sum_{m=0}^{M-1} k^m y^{i-m}$$

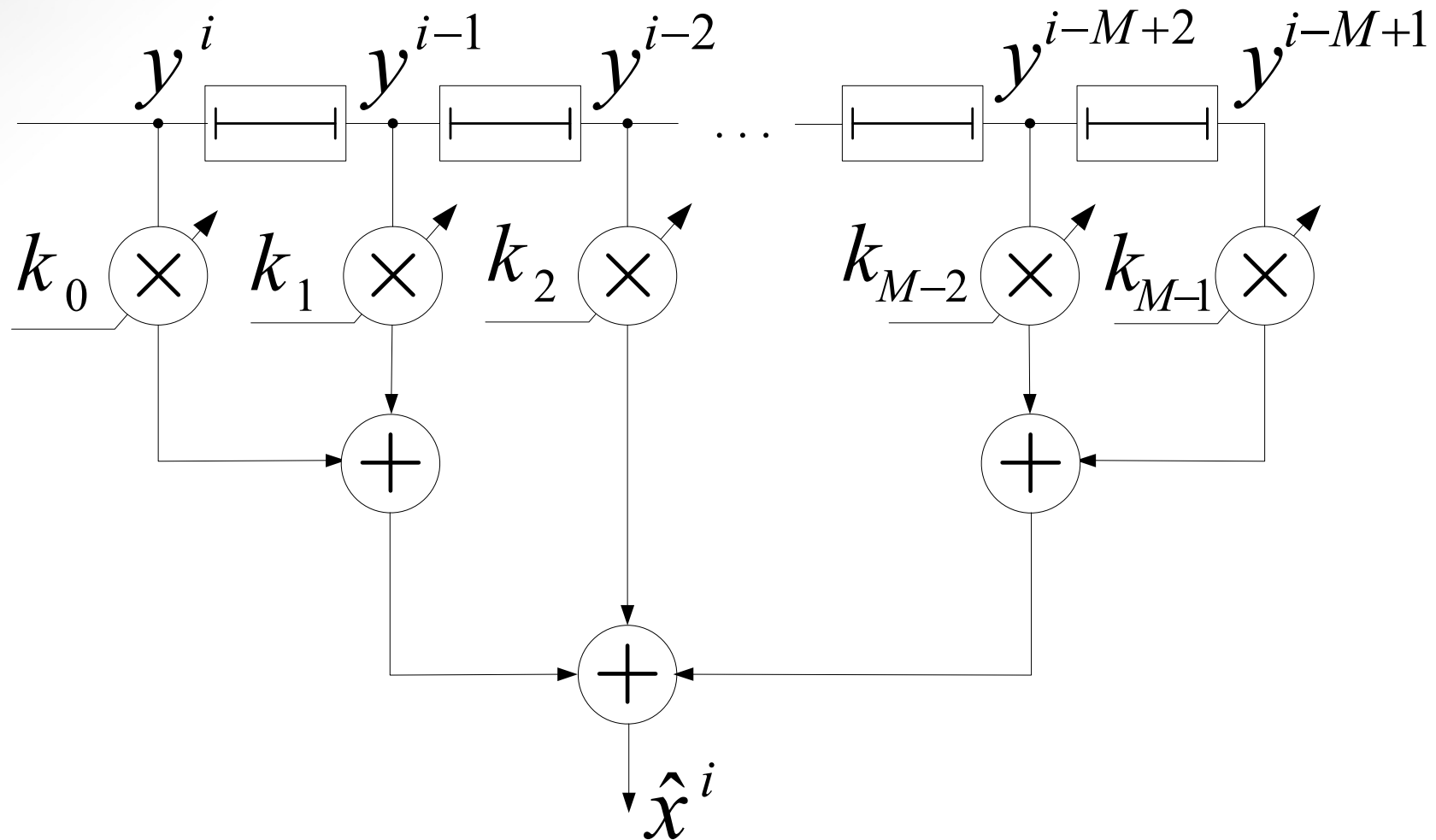




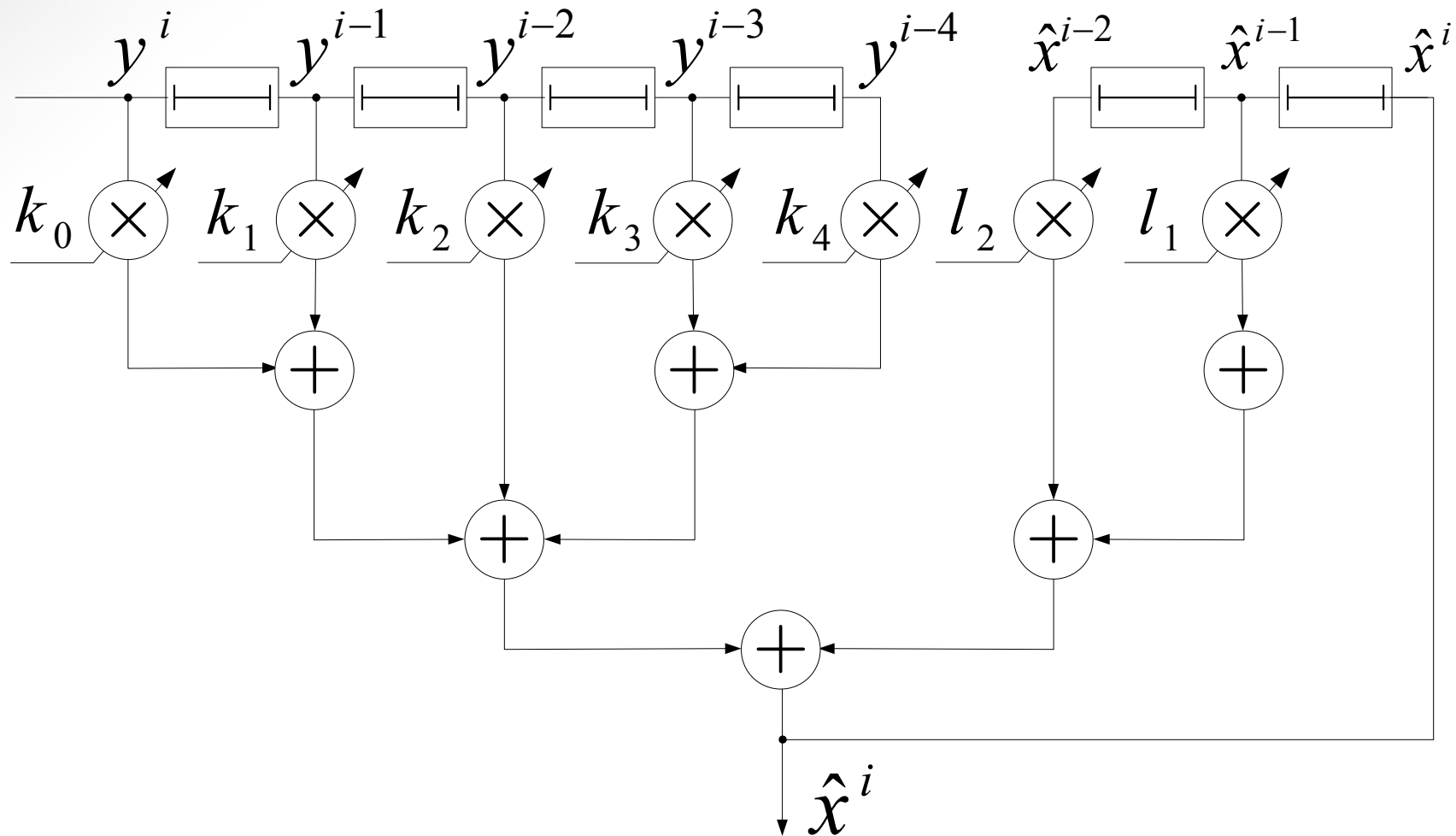
Сигнал на входе и выходе неизвестной системы



Сигнал на входе и выходе неизвестной системы, отфильтрованный сигнал



$$\hat{x}^i = \sum_{m=0}^{M-1} k^m y^{i-m} = \mathbf{ky}^i$$



$$\hat{x}^i = \sum_{m=0}^{M-1} k^m y^{i-m} - \sum_{n=1}^{N-1} l^n \hat{x}^{i-n} = \mathbf{k}y^i - \mathbf{l}\hat{\mathbf{x}}^i$$

$$\varepsilon^i = x^i - \hat{x}^i = x^i - \sum_{m=0}^{M-1} k^m y^{i-m} = x^i - (\mathbf{k}^i)^T \mathbf{y}^i$$

$$(\varepsilon^i)^2 = (x^i)^2 + (\mathbf{k}^i)^T \mathbf{y}^i (\mathbf{y}^i)^T \mathbf{k}^i - 2x^i (\mathbf{y}^i)^T \mathbf{k}^i$$

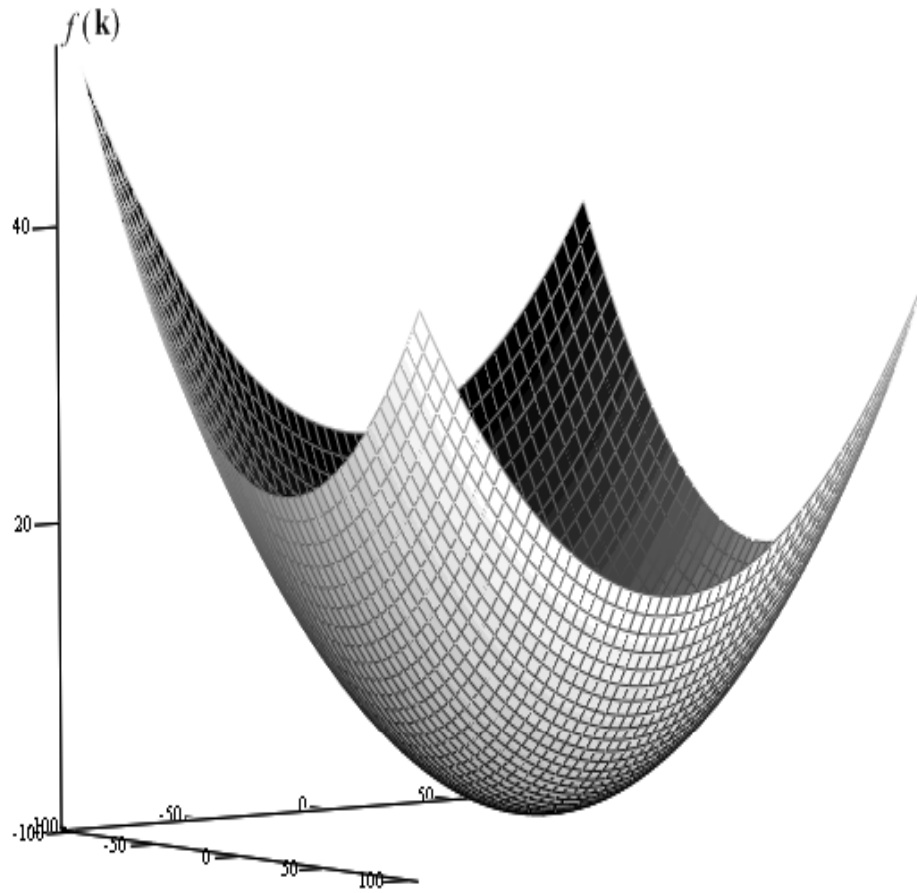
$$E[(\varepsilon^i)^2] = E[(x^i)^2] + (\mathbf{k}^i)^T E[\mathbf{y}^i (\mathbf{y}^i)^T] \mathbf{k}^i - 2E[x^i (\mathbf{y}^i)^T] \mathbf{k}^i$$

$$\xi = E[(\varepsilon^i)^2] = E[(x^i)^2] + (\mathbf{k}^i)^T \mathbf{R} \mathbf{k}^i - 2\mathbf{P}^T \mathbf{k}^i$$

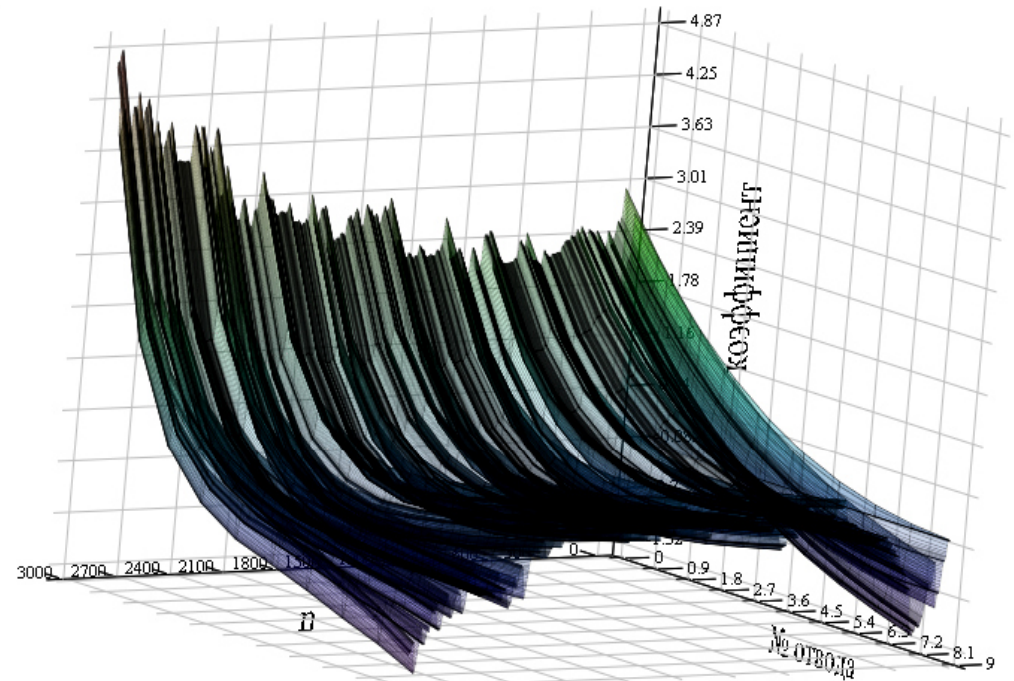
$$\nabla = \frac{\partial \xi}{\partial \mathbf{k}^i} = 2\mathbf{R}(\mathbf{k}^i) - 2\mathbf{P} \quad \nabla = 0 = 2\mathbf{R}\mathbf{k}^* - 2\mathbf{P}$$

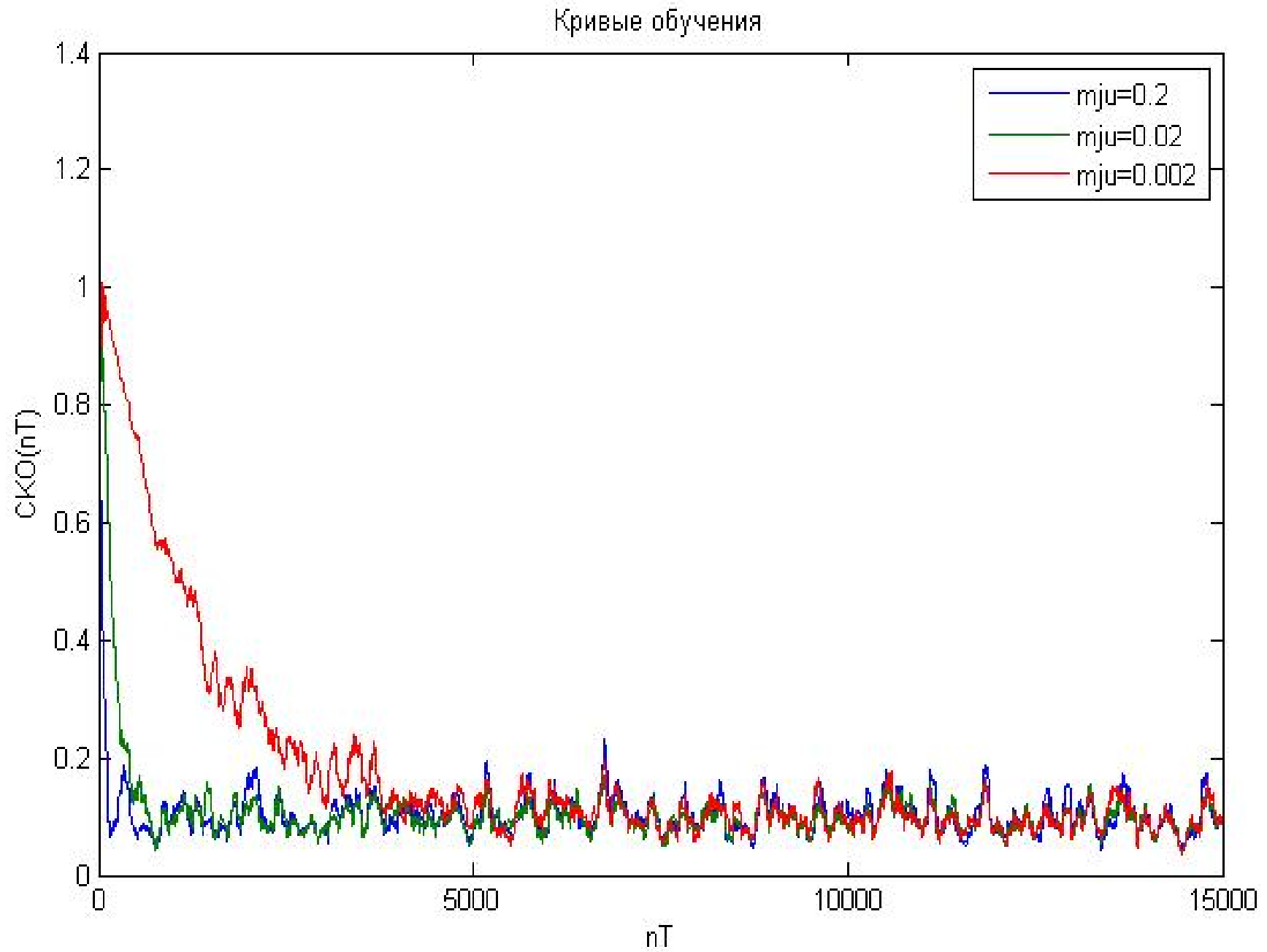
$$\mathbf{k}^* = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{P}$$

$$\xi_{\min} = E[(x^i)^2] - \mathbf{P}^T \mathbf{k}^*$$



динамика подстройки вектора весовых коэффициентов





$$\xi = \xi_{\min} + (\mathbf{k}^i - \mathbf{k}^*)^T \mathbf{R} (\mathbf{k}^i - \mathbf{k}^*)$$

$$\xi = \xi_{\min} + (\mathbf{v}^i)^T \mathbf{R} \mathbf{v}^i$$

$$\nabla = \frac{\partial \xi}{\partial \mathbf{v}^i} = 2\mathbf{R} \mathbf{v}^i$$

Декорреляция сигнала ошибки и входного сигнала

$$\mathbf{k}^i = \mathbf{k}^*$$

$$\varepsilon^i = x^i - (\mathbf{k}^i)^T \mathbf{y}^i$$

$$\varepsilon^i \mathbf{y}^i = x^i \mathbf{y}^i - \mathbf{y}^i (\mathbf{y}^i)^T \mathbf{k}^i$$

$$E[\varepsilon^i \mathbf{y}^i] = E[x^i \mathbf{y}^i] - E[\mathbf{y}^i (\mathbf{y}^i)^T] \mathbf{k}^i$$

$$\xi = \xi_{\min} + \lambda(k - k^*)^2 \quad \frac{\partial \xi}{\partial k} = 2\lambda(k - k^*) \quad \frac{\partial^2 \xi}{\partial k^2} = 2\lambda$$

$$k^{i+1} = k^i + \mu(-\nabla^i) \quad \nabla^i = \left. \frac{\partial \xi}{\partial k} \right|_{k=k^i} = 2\lambda(k^i - k^*)$$

$$k^{i+1} = k^i - 2\mu\lambda(k^i - k^*) = (1 - 2\mu\lambda)k^i + 2\mu\lambda k^*$$

$$k^i = k^i - 2\mu\lambda(k^i - k^*) = (1 - 2\mu\lambda)k^i + 2\mu\lambda k^*$$

$$k^i = (1 - 2\mu\lambda)^i k^0 + 2\mu\lambda k^* \frac{1 - (1 - 2\mu\lambda)^i}{1 - (1 - 2\mu\lambda)}$$

$$k^i = k^* + (1 - 2\mu\lambda)^i (k^0 - k^*)$$

